

【基本事項】

(1) 不等式

不等号を使って数量の間の関係を表した式を不等式という。

(2) 範囲を表す数学用語

- ① x は a 以上 $x > a$ または $x = a$ これを $x \geq a$ と表す。
- ② x は a 以下 $x < a$ または $x = a$ これを $x \leq a$ と表す。
- ③ x は a 未満 $x < a$

(3) 不等式の性質

① $A < B$ ならば $\left\{ \begin{array}{l} A + C < B + C \\ A - C < B - C \end{array} \right.$

- ⇒ $A < B$ の両辺にそれぞれ同じ数を足しても不等号の向きは変わらない。
- ⇒ $A < B$ の両辺からそれぞれ同じ数を引いても不等号の向きは変わらない。

② $A < B, C > 0$ ならば $\left\{ \begin{array}{l} A \times C < B \times C \\ \frac{A}{C} < \frac{B}{C} \end{array} \right.$

- ⇒ $A < B$ の両辺にそれぞれ同じ正の数をかけても不等号の向きは変わらない。
- ⇒ $A < B$ の両辺をそれぞれ同じ正の数で割っても不等号の向きは変わらない。

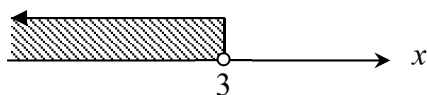
③ $A < B, C < 0$ ならば $\left\{ \begin{array}{l} A \times C > B \times C \\ \frac{A}{C} > \frac{B}{C} \end{array} \right.$

- ⇒ $A < B$ の両辺にそれぞれ同じ負の数をかけると不等号の向きは逆になる。
- ⇒ $A < B$ の両辺をそれぞれ同じ負の数で割ると不等号の向きは逆になる。

(4) 不等式の解

不等式を成り立たせる文字の値を、その不等式の解という。その不等式を満たす、すべての解を求めることを、その不等式を解くという。不等式を解くには数直線を利用し、解の値の範囲を求める。

(例 1) $x < 3$



(例 2) $x \geq -2$



⇒ 例 1 で、数直線の○は、その数が解に含まれないことを示している。

⇒ 例 2 で、数直線の●は、その数が解に含まれることを示している。

(5) 不等式の解き方

(例) $3x - 7 < 6x + 5$

不等式も、方程式と同じように移項することができる。

(手順 1) x を含む項を左辺に、数だけの項を右辺に移項する。

(手順 2) 両辺をそれぞれ整理して、 $ax < b$ 、 $ax > b$ などの形にする。

(手順 3) 両辺を x の係数 a で割る。(不等号の向きに注意すること)

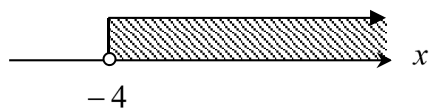
(例) $3x - 7 < 6x + 5$

$$3x - 6x < 5 + 7$$

$$-3x < 12$$

$$\boxed{x > -4}$$

数直線で表すと



(6) 連立不等式

同じ文字について、2つ以上の不等式を組み合わせたものを連立不等式という。

(7) 連立不等式の解

それぞれの不等式を同時に成り立たせる文字の値を連立不等式の解という。それを求めることを連立方程式を解くという。

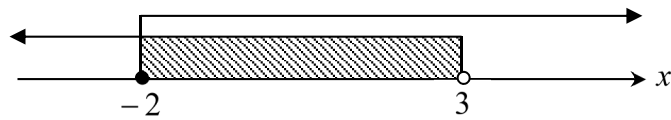
(8) 連立不等式の解き方

それぞれの不等式を解き、解の集まりの共通部分を求める。

共通部分3つのパターン

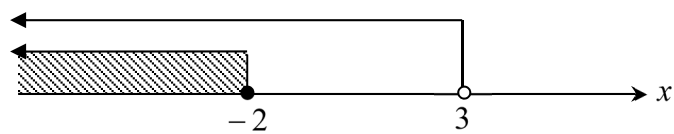
パターン1 $\begin{cases} x \geq -2 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow \underline{-2 \leq x < 3}$

矢印が交わる部分が共通部分 (網目部分)



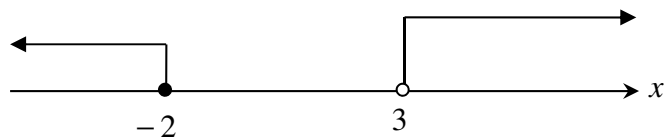
パターン2 $\begin{cases} x \leq -2 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow \underline{x \leq -2}$

矢印が重なる部分が共通部分 (網目部分)



パターン3 $\begin{cases} x \leq -2 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow \underline{\text{解なし}}$

矢印が交わることもなく、重なることもない



(9) $A < B < C$ 型の連立不等式

$A < B < C$ の形の連立不等式は $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ の2つの不等式に分けて解く。

—演習問題—

【1】 次の不等式を解きなさい。

(1) $7 - 4x < 2x - 5$

(2) $3 - x \leq 3x - 1$

(3) $x - 1 > 3(x + 2)$

(4) $2(x + 1) \geq 5x - 4$

(5) $7x \leq 12x - 2(x + 3)$

(6) $3(x - 1) - 5(x + 9) \geq -8x$

【2】 次の不等式を解きなさい。

(1) $2x + 1 < \frac{1}{4}(2x - 3)$

(2) $\frac{x + 7}{3} - x > 1$

(3) $0.3x + 0.4 \leq 0.8x - 1.6$

(4) $4.5x - 0.6 \geq 3x + 3.4$

(5) $1.4x \leq 1.7(2x - 5)$

(6) $0.5x - 2 > 0.8(2x - 3.5)$

【3】 次の連立不等式を解きなさい。

(1)
$$\begin{cases} 2(5 - x) > 0 \\ 5x + 4 > 4x + 3 \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} 3x - 2 < 4(x - 1) \\ 3(x - 1) > 2x + 1 \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} -x - 26 > 11x + 10 \\ 2x - 5 < 5(x - 2) \end{cases}$$

(4)
$$\begin{cases} x + 1 \geq 2(x - 1) + 1 \\ 2(x + 3) \leq 3x + 4 \end{cases}$$

(5) $2x < 4x + 5 \leq x + 12$

(6) $2 - 4x < 3x - 5 < -\frac{1}{2}(x - 4)$

【4】 次の各問いに答えなさい。

- (1) $-3x+1 < -8$ を満たす x のうち、もっとも小さい整数を求めなさい。
- (2) $\frac{3x+5}{2} \geq 1$ に当てはまる x のうち、5より小さい整数は全部で何個あるか。
- (3)
$$\begin{cases} 5x-6 > 2x \\ x > 3x-16 \end{cases}$$
 を同時に満たす整数 x は何個あるか。

【5】 次の各問いに答えなさい。

- (1) 1000円で1冊70円のノートと1冊120円のノートを合わせて10冊買い、120円のノートをできるだけ多く買いたい。それぞれ何冊ずつ買えばよいか。
- (2) 5%の食塩水が300gある。これに水を加えて食塩水の濃度を4%以下にしたい。何g以上の水を加えればよいか。

—応用問題—

【6】 次の各問いに答えなさい。

- (1) 不等式 $p+2 < x < 3$ を満たす x の整数値が4個になるようにしたい。そのときの p の値の範囲を求めなさい。
- (2)
$$\begin{cases} \frac{2x-5}{3} < \frac{3x-1}{2} \\ 4x+3 \geq 5x+a \end{cases}$$
 を同時に満たす連続する整数が4個だけあるように、 a の値の範囲を求めなさい。

【1】 (1) $x > 2$ (2) $x \geq 1$ (3) $x < -\frac{7}{2}$
 (4) $x \leq 2$ (5) $x \geq 2$ (6) $x \geq 8$

【2】 (1) $x < -\frac{7}{6}$ (2) $x < 2$ (3) $x \geq 4$
 (4) $x \geq \frac{8}{3}$ (5) $x \geq \frac{17}{4}$ (6) $x < \frac{8}{11}$

【3】 (1) $-1 < x < 5$ (2) $x > 4$ (3) 解なし
 (4) $x = 2$ (5) $-\frac{5}{2} < x \leq \frac{7}{3}$ (6) $1 < x < 2$

【4】 (1) $x = 4$ (2) 6個 (3) 5個

【5】 (1) 70円 : 4冊, 120円 : 6冊 (2) 75g 以上

【6】 (1) $-4 \leq p < -3$ (2) $0 < a \leq 1$