高２アドバンス数学　１学期②　確認テスト解答

1 (1)　$-2-3i$　　(2)　$-6-11i$
(3)　$2-2i$

2 ２点 $3i$，１を両端とする線分の垂直二等分線

3 点 $5i$ を中心とする半径２の円

4 点 $-3-2i$ を中心とする半径１の円周上

5 $\gamma=(2-4\sqrt{3})+(-3+\sqrt{3})i$

6 $\dfrac{\pi}{3}$

7 一直線上…$c=-1$，AB⊥AC…$c=14$

解説

1 (1)　$\dfrac{2(-2+6i)+3(-2-9i)}{3+2}=\dfrac{-10-15i}{5}$

$=-2-3i$

(2)　$\dfrac{-4(-2-9i)+(10-3i)}{1-4}=\dfrac{18+33i}{-3}$

$=-6-11i$

(3)　$\dfrac{(-2+6i)+(-2-9i)+(10-3i)}{3}$

$=\dfrac{6-6i}{3}=2-2i$

3 $|z-i|=2|z-4i|$ の両辺を平方すると

$|z-i|^2=4|z-4i|^2$

$(z-i)(\overline{z-i})=4(z-4i)(\overline{z-4i})$

$(z-i)(\bar{z}+i)=4(z-4i)(\bar{z}+4i)$

$z\bar{z}+iz-i\bar{z}-i^2=4(z\bar{z}+4iz-4i\bar{z}-16i^2)$

$3z\bar{z}+15iz-15i\bar{z}+63=0$

$z\bar{z}+5iz-5i\bar{z}+21=0$

$(z-5i)(\bar{z}+5i)=4$

$(z-5i)(\overline{z-5i})=4$

よって，$|z-5i|^2=4$ より，$|z-5i|=2$ となるから，点 z は点 $5i$ を中心とする半径２の円を描く。

4 点 z は原点Oを中心とする半径１の円周上を動くから，$|z|=1$

$w=i(z-2)-3$ より，$z-2=\dfrac{w+3}{i}$

$z=\dfrac{w+3}{i}+2=\dfrac{w+3+2i}{i}$

であるから，$|z|=1$ に代入して

$\left|\dfrac{w+3+2i}{i}\right|=1$

$\dfrac{|w-(-3-2i)|}{|i|}=1$

$|w-(-3-2i)|=1$

よって，点 w は点 $-3-2i$ を中心とする半径１の円周上を動く。

5 $\alpha=-3-i$，$\beta=5-3i$ とおくと

$\beta-\alpha=(5-3i)-(-3-i)$

$=8-2i$

点Bを点Aを中心として $\dfrac{\pi}{6}$ だけ回転した点を表す複素数は

$\left(\cos\dfrac{\pi}{6}+i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)(\beta-\alpha)+\alpha$

$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i\right)(8-2i)-3-i$

$=4\sqrt{3}-\sqrt{3}i+4i-i^2-3-i$

$=(-2+4\sqrt{3})+(3-\sqrt{3})i$

よって，$(-2+4\sqrt{3})+(3-\sqrt{3})i+\gamma=0$ より

$\gamma=(2-4\sqrt{3})+(-3+\sqrt{3})i$

6 $\alpha=1-2i$，$\beta=1+\sqrt{3}-i$，$\gamma=1+2i$ とおくと

$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{(1+2i)-(1-2i)}{(1+\sqrt{3}-i)-(1-2i)}=\dfrac{4i}{\sqrt{3}+i}$

$=\dfrac{4i(\sqrt{3}-i)}{(\sqrt{3}+i)(\sqrt{3}-i)}$

$=\dfrac{4+4\sqrt{3}i}{4}=1+\sqrt{3}i=2\left(\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$

$=2\left(\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$

より，$\angle\mathrm{BAC}=\arg\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{\pi}{3}$

7 $\alpha=-1+2i$，$\beta=1+i$，$\gamma=5+ci$ とおくと

$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}=\dfrac{(5+ci)-(-1+2i)}{(1+i)-(-1+2i)}$

$=\dfrac{6+(c-2)i}{2-i}$

$=\dfrac{\{6+(c-2)i\}(2+i)}{(2-i)(2+i)}$

$=\dfrac{12+6i+2(c-2)i-(c-2)}{5}$

$=\dfrac{14-c}{5}+\dfrac{2+2c}{5}i$

３点A，B，Cが一直線上にあるのは，

$\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が実数のときであるから

$\dfrac{2+2c}{5}=0$　　$c=-1$

AB⊥ACとなるのは $\dfrac{\gamma-\alpha}{\beta-\alpha}$ が純虚数のときであるから

$\dfrac{14-c}{5}=0$ かつ $\dfrac{2+2c}{5}\neq0$

よって，$c=14$