数学 EXⅠ－Ⅱ　　補充プリント＜場合の数＞　　駿台中学部

【基本事項】

⑴　場合の数の定義

ある事柄について，その起こりうる場合，もれなく，重複なく，順序正しく数え上げものが場合の数である。

⑵　和の法則

２つの事柄 A と B があって，この２つが同時に起こらないとする。

A の起こる場合の数が m 通りで，B の起こる場合の数が n 通りならば，A または B の起こる場合の数は $m+n$ 通りである。

⑶　積の法則

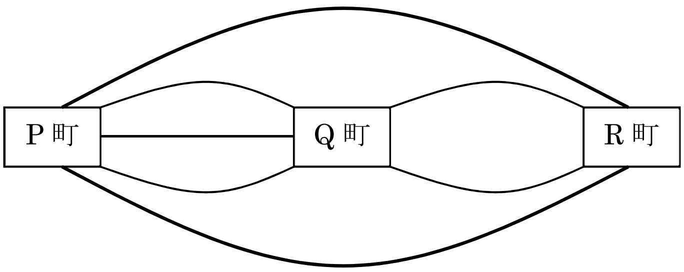
２つの事柄 A と B があって，この２つが同時に起こるとする。

A の起こり方が m 通りあり，そのおのおのに対して B の起こり方が n 通りあるならば，A と B がともに起こる場合の数は $m\times n$ 通りである。

（例）P 町から R 町まで行くとき，

①　Q 町を通らない場合は
　１＋１＝２通りである。

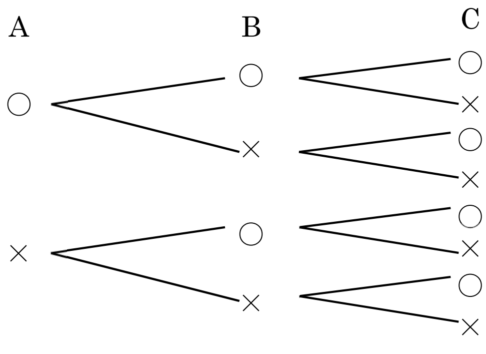
②　Q 町を必ず通る場合は
　３×２＝６通りである。



⑷　樹形図・・・与えられた項目が何通りあるかを数えやすくするための図

（例）３枚の硬貨 A，B，C を同時に投げるとき，表，裏の出方は何通りあるか。

8（通り）



⑸ 順列（Permutation）

異なる n 個の中から r 個取り出して１列に並べたものをいい，${}_nP_r$ で表す。

$$ {}_nP_r = \underbrace{(n-0)(n-1)(n-2)(n-3)\cdots\cdots\cdots\{n-(r-1)\}}_{\boxed{r\text{ 個}}} $$

（例）1，2，3，4，5 の５個の数字の中から３個選んで３ケタの数字をつくる。

$$ {}_5P_3 = 5\times4\times3 = 60 \text{（通り）} $$

⑹ n の階乗

異なる n 個の中から n 個すべて取り出して１列に並べたものをいい，$n!$ で表す。

$$ n! = {}_nP_n = \underbrace{(n-0)(n-1)(n-2)(n-3)\cdots\cdots\cdots\{n-(r-1)\}\cdots\cdots 2\times1}_{\boxed{n\text{ 個}}} $$

（例）1，2，3，4，5 の５個の数字の中から５個すべて選んで５ケタの数字をつくる。

$$ 5! = {}_5P_5 = 5\times4\times3\times2\times1 = 120 \text{（通り）} $$

⑺ 組合せ（Combination）　$\boxed{{}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{r!}}$

異なる n 個の中から並べる順序を考えないで r 個取り出して作る組をいい，${}_nC_r$ で表す。

（例）A，B，C，D，E の５人の中から３人選んで委員を決める。

＜考え方＞

まず，A，B，C，D，E の中から３人を選び，リレーの順番を決めるとする。

この場合の考え方は順序を考えて

$$ {}_5P_3 = 5\times4\times3 = 60 \text{（通り）} $$

その選ばれた３人が例えば A，B，C だとすると A，B，C の並び方は

$$ 3! = 3\times2\times1 = 6 \text{（通り）} $$

委員を決める場合は単に３人を選ぶだけなので A，B，C の並び方は考慮しない。

つまり，6（通り）で１（組）とみなす。

それが、60（通り）の中に何組あるか、それが組み合わせである。

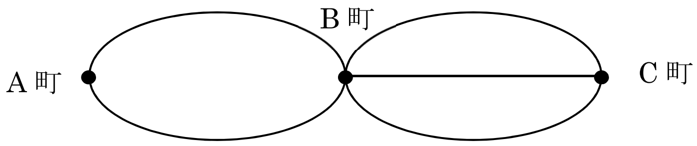
$$ {}_5C_3 = \frac{{}_5P_3}{3!} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10 \text{（組）} $$

具体的に 10 組は次の通りである。

[ABC　ABD　ABE　ACD　ACE　ADE　BCD　BCE　BDE　CDE]

―演習問題―

【１】　図のように，A 町と B 町が２本の道で，B 町と C 町が３本の道でつながっている。A 町から B 町を通って C 町へ行く方法は何通りあるか。

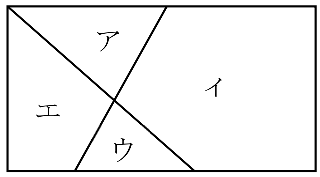


【２】　次の各問いに答えなさい。

⑴　100 円玉が２枚，50 円玉が５枚，10 円玉が６枚ある。260 円にするには何通りの方法があるか。

⑵　1ｇ，2ｇ，4ｇ，9ｇのおもりが１個ずつある。これらを使うと，何通りの重さが量れるか。

⑶　赤，青，黄，緑，黒から異なる４色を使って図のア～エに色を塗る。このとき，色の塗り方は何通りあるか。



【３】　1，2，3，4，5 の５つの数字を使って２ケタの整数を作るとき，次の各問いに答えなさい。

⑴　同じ数字を繰り返し使ってもよい場合，全部で何通りの整数ができるか。

⑵　同じ数字を使わない場合，全部で何通りの整数ができるか。

【４】　$\boxed{0}$，$\boxed{1}$，$\boxed{2}$，$\boxed{3}$のカードが１枚ずつある。同時に３枚取り出して３ケタの整数をつくるとき，次の問いに答えなさい。

⑴　全部で何通りの整数ができるか。

⑵　３の倍数は何通りできるか。

【５】　男子３人，女子２人が１列に並ぶとき，次の各問いに答えなさい。

⑴　５人の並び方は全部で何通りか。

⑵　女子２人が隣り合う並び方は何通りか。

⑶　女子が隣り合わない並び方は何通りか。

⑷　男女が交互に並ぶ並び方は何通りか。

⑸　男子が両端にくる並び方は何通りか。

【６】　男子５人，女子２人の中から，委員長，副委員長，書記を１人ずつ決める。

⑴　男女を問わずに選ぶとき，選び方は全部で何通りか。

⑵　男子からは委員長と副委員長，女子からは書記を選ぶとき，選び方は何通りか。

【７】　次の各問いに答えなさい。

⑴　６人の中から２人を役員として選ぶとき，選び方は何通りあるか。

⑵　１０人の中から６人の選手を選ぶとき，選び方は何通りか。

⑶　５つのチームが１回ずつ総当たり戦をすることになった。全部で何試合行われるか。

【８】　男子４人，女子３人からなるグループがある。

⑴　この中から班長，書記，会計を選ぶ選び方は何通りあるか。

⑵　この中からリーダーを３人選ぶとすると何通りあるか。

⑶　男子２人，女子２人で１つの組を作るとき，その組は何通りできるか。

⑷　３人の組を作るとき，少なくとも１人は女子が入っている組は何通りできるか。

―応用問題―

【９】　$\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$の８枚のカードがある。この中から３枚選んで３ケタの整数をつくる。

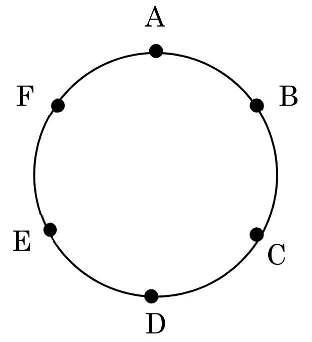
⑴　全部で何通りできるか。

⑵　３の倍数は何通りできるか。

【１０】　図のように，円周上に６個の点 A，B，C，D，E，F が等間隔に並んでいる。サイコロを投げて，出た目の数だけ，時計回りに点 A，B，C，D，E，F の上を，コマが移動して止まる。コマは最初に点 A にあり，２回目からは，前回に止まった点から出発する。

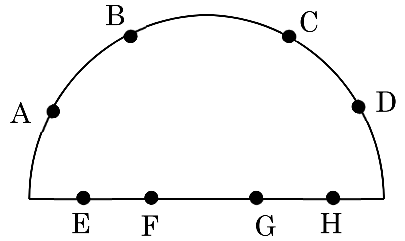
⑴　サイコロを３回投げたとき，コマが１周して点 A に止まる場合の数を求めなさい。

⑵　サイコロを３回投げたとき，コマが２周してはじめて点 A に止まる場合の数を求めなさい。



【１１】　７冊の同じノートを A，B，C，D の４人の生徒に全部分けるとき，その分け方は何通りかるか。ただし，どの生徒にも少なくとも１冊は渡すものとする。

【１２】　半円がある。図のように，半円周上に点 A，点 B，点 C，点 D をとる。また，直径上には点 E，点 F，点 G，点 H をとる。８つの点から４点を選び，線で結んで四角形をつくる。四角形は何通りできるか。



数学 EXⅠ－Ⅱ　　補充プリント＜場合の数＞　解答	駿台中学部

【１】　６通り

【２】　⑴　６通り　⑵　１５通り　⑶　１２０通り

【３】　⑴　２５通り　⑵　２０通り

【４】　⑴　１８個　⑵　１０通り

【５】　⑴　１２０通り　⑵　４８通り　⑶　７２通り
⑷　１２通り　⑸　３６通り

【６】　⑴　２１０通り　⑵　４０通り

【７】　⑴　１５通り　⑵　２１０通り　⑶　１０試合

【８】　⑴　２１０通り　⑵　３５通り　⑶　１８通り
⑷　３１通り

【９】　⑴　２９４通り　⑵　１０６通り

【１０】　⑴　１０通り　⑵　１５通り

【１１】　２０通り

【１２】　５３通り