中１エクストラ数学

＜前期 2023＞

発展応用学習用宿題教材

目　　　次

§1　正負の数

$\boxed{1}$　A，B，C，D の 4 人の所持金について次のことが分かっている．

・A は B より 500 円多く持っている．

・B と C との差は 400 円，A と D との差は 300 円である．

・一番少ない人は 800 円，二番目に少ない人は 1000 円である．

このとき，4 人の所持金をそれぞれ求めよ．

$\boxed{2}$　－2 より大きく 3 より小さい，分母が 24 の既約分数(これ以上約分できない分数)をすべてたすと，和はいくつになるか．

$\boxed{3}$　A，B，C，D，E，F の 6 人が一列に並んだとき，身長が目の前の人より高いときは正の数，低いときは負の数で表す表をつくった．

下の表は，A，B，C，D，E，F の順に並んだときの表である．

A	B	C	D	E	F
	＋2	－3	－3	＋7	－9

(1)　A 君の身長が 150cm のとき，F 君の身長を求めよ．

(2)　6 人の身長の平均とちょうど等しい身長なのは誰か答えよ．

(3)　A，E，C，D，B，F の順に並んだときの表をかけ．

(4)　6 人を並びかえたときの表の下の段が下の表のようになった．アの値を求めよ．

	＋2	ア	－3	＋2	－3

§2　文字式

1　(1)　2つの数 a，b が $a>0$，$b<0$ のとき，次の㋐～㋖の式のうち，値が必ず負の数になるのはどれか．

㋐　$a+b$　　㋑　$a-b$　　㋒　$a\times b$　　㋓　$a\div b$

㋔　a^2+b^2　　㋕　a^2-b^2　　㋖　$a^3\times b$

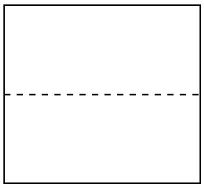
(2)　$-1<a<b<0<c<d<1$ が成り立つとき，$a\times d$ と $b\times c$ とではどちらが大きいか．

(3)　$abcde<0$，$ace<0$，$de>0$，$a<b<c<d$ が成り立つとき，5つの数 a，b，c，d，e の符号を求めよ．

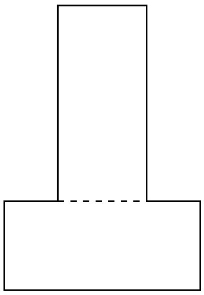
2　数直線上に，異なる4つの整数が左から -3，x，y，5 の順でならんでいて，それらの平均が $-\dfrac{1}{4}$ のとき，x，y の値を求めよ．

3　図1のように，同じ大きさの長方形を2つ組み合わせてできる長方形のまわりの長さは a cm であった．また，図2のように，2つの長方形を組み合わせてできる図形のまわりの長さは b cm であった．はじめの1つの長方形の縦と横の長さの和は何 cm か．

(図1)



(図2)



4　S君が，駅から5km離れた家に帰るときに，家に電話をして車で迎えにきてくれるように頼んでから家に向かって歩き始めた．x km 歩いたところ，迎えに来た車に出会って車に乗って家に帰った．

S君が車に乗り込むのに5分かかったとして，S君が駅を出発して家へ帰るまでにかかった時間は何時間か．ただし，S君の歩く速さは時速4km，車の速さは時速36kmとする．

$\boxed{5}$ S 君のクラスの人数は a 人で，弟がいる人はクラスの 40%，妹がいる人はクラスの 25%, 弟と妹の両方ともいない人は 15 人だった. このとき, 次の各問いに答えよ.

(1) 弟がいる人の人数を a を用いて表せ.

(2) 弟と妹の両方ともいる人が何人かいた．その人数を a を用いて表せ.

(3) a の値を求めよ.

§3 式の計算

$\boxed{1}$ 次の[ ]にあてはまる数を求めよ.

(1) $3a\times\left(-2a^{[ア]}\right)^{[イ]}=-24a^7$

(2) $\left(3x\right)^{[ア]}\times\left(-2y^{[イ]}\right)\div 6xy=-9x^{[ウ]}y$

$\boxed{2}$ $A=2x^2+3x-1$，$B=x^2+3x+2$，$C=7x^2+5$ のとき，

$$2\left\{2A+B-3\left(2B-C\right)\right\}-3\left\{2\left(A+C\right)-\left(A+3B\right)\right\}$$

を x を用いて表せ.

$\boxed{3}$ 次の $\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ク}}$ にあてはまる式を入れよ.

整数の和を計算するのに平均を使うと簡単に求まることがある.

1，2，3，4，5，6，7 の 7 個の数の平均は，一定の数ずつ増えるので最初と最後の数の平均 $\dfrac{1+7}{2}=4$ と等しくなる．したがって，7 個の数の和は，平均の数が 7 個あると考えて $4\times7=28$，つまり，$1+2+3+4+5+6+7=\dfrac{1+7}{2}\times7=28$ となる.

同様に，$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{1+n}{2}\times n=\dfrac{n^2+n}{2}$ となる.

次に, 奇数の和を考える. 1からn番目の奇数 $\boxed{\text{ア}}$ までの和$1+3+5+\cdots+\boxed{\text{ア}}$ は, n 個の奇数の平均が $\boxed{\text{イ}}$ より，$1+3+5+\cdots+\boxed{\text{ア}}=\boxed{\text{ウ}}$ となる.

いま，奇数を右の図のように並べるとする．このとき，n 段目の左端の数は 1 から数えて $\boxed{\text{エ}}$ 番目の奇数 $\boxed{\text{オ}}$，右端の数は, 1 から数えて $\boxed{\text{カ}}$ 番目の奇数 $\boxed{\text{キ}}$ だから，n 段目の奇数の和は $\boxed{\text{オ}}+\cdots+\boxed{\text{キ}}=\boxed{\text{ク}}$ となる.

			1					1段目
		3		5				2段目
	7		9		11			3段目
13		15		17		19		4段目
			⋮					

$\boxed{4}$ $a+b+c+d=0$ で，$abcd\neq 0$ のとき,

$$\frac{a+b+c-d}{a}\times\frac{a+b-2c+d}{b}\times\frac{a-3b+c+d}{c}\times\frac{-4a+b+c+d}{d}$$

の値を求めよ.

$\boxed{5}$ 4 桁の自然数がある．千の位の数字と十の位の数字の和から，百の位の数字と一の位の数字の和を引いた差が 11 でわり切れるとき，その自然数は 11 の倍数であることを示せ.

§4　1次方程式

$\boxed{1}$ x についての方程式$ax+3=-6$の解が整数になるときの a の値をすべて求めよ. ただし，a は整数である.

$\boxed{2}$ 数直線上に 2 点 P，Q があり，それぞれに対応する数は-5，2 である．いま P，Q の三等分点を P に近い方から A，B とするとき，A，B に対応する数はそれぞれ a, $2a-3b$ であった.

(1)　a，b の値を求めよ.

(2)　数直線上に，$-2a+b$ となる点 R をとる．このとき，PQ : QR を最も簡単な整数の比で表せ.

$\boxed{3}$　正の数 a と自然数 n に対して，a を n でわって，小数点以下を切り上げた数を $\langle a,\ n\rangle$ で表すことにする．例えば，$\langle 3,\ 2\rangle = 2$，$\langle 27,\ 9\rangle = 3$ である．

(1)　$\langle a,\ 7\rangle = 2$ となる自然数 a はいくつあるか．

(2)　a がどんな自然数でも，$\langle\langle a,\ 3\rangle,\ a\rangle$ の値は常に一定になる．その値を求めよ．

(3)　$\langle 5x,\ 3\rangle - 3\langle x,\ 2\rangle = 4 - \dfrac{x}{6}$ に適する x を求めよ．

$\boxed{4}$　3 桁の整数 A について，その百の位の数を十の位に，十の位の数を一の位に，一の位の数を百の位に移しかえた数を B とする．例えば，A＝246 のとき，B＝624 である．

いま，一の位の数が 9 である A に 60 をたして，それを 4 倍したところ B になった．A を求めよ．

$\boxed{5}$　A 君のお父さんの年令は，1 年前には A 君の年令の 3 倍で，5 年後には A 君の妹の年令の 3 倍になるという．A 君のお父さんの現在の年令を x 歳として，次の各問いに答えよ．

(1)　現在の A 君の年令を，x を用いたできるだけ簡単な式で表せ．

(2)　A 君と妹の年令の差を求めよ．

(3)　3 年前には，A 君のお父さんの年令は，A 君と妹の年令の和のちょうど 2 倍だったという．x の値を求めよ．

$\boxed{6}$　ある池のまわりを A, B, C の 3 人が同じ地点から同時に同じ方向に, A は徒歩で, B は走って，C は自転車に乗ってまわりはじめた．C は 5 分後に A に追いつき，それから 4 分後に B に追いついた．A の速さは毎分 70m，B の速さは毎分 150m であった．C の速さを求めよ．

$\boxed{7}$　6%の食塩水が 200g ある．これに水を加えて 5%の食塩水にするつもりが誤って水を 100g 加えたので, 5%よりうすくなってしまった．これから水を蒸発させて 5%の食塩水にするためには何 g の水を蒸発させればよいか．

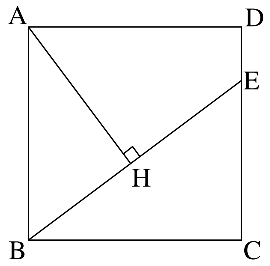
8　毎分一定の割合で水がわき出ている池がある．1 分間に $3.6m^3$ の割合でくみ上げるポンプを 2 台使って，この池の水を排水すると 30 分でくみつくすことができる．また同じポンプを 4 台使うと，12 分でくみつくすことができる．

(1)　池にわき出ている水量は毎分何 m^3 か．

(2)　はじめにたまっていた池の水量は何 m^3 か．

§5　平面図形

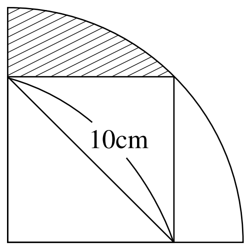
1　右の図は 1 辺が 20cm の正方形 ABCD で，辺 CD 上に BE ＝25cm となる点 E をとり，2 点 B，E を結ぶ．点 A から直線 BE に垂線 AH をひくとき，AH の長さを求めよ．



2　右の図は，正方形とおうぎ形を組み合わせたものである．斜線部分について，次の各問いに答えよ．

(1)　斜線部分の周の長さを求めよ．

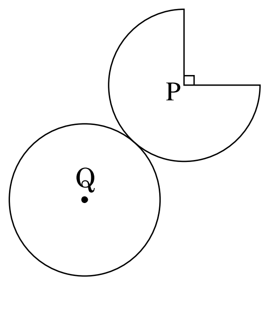
(2)　斜線部分の面積を求めよ．



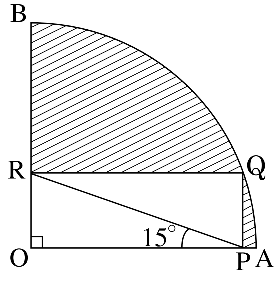
3　右の図のような半径 1cm のおうぎ形 P が，半径 1cm の円 Q のまわりをすべることなく回転しながら 1 周する．

(1)　おうぎ形 P のまわりの長さを求めよ．

(2)　中心 P が移動したときにえがく線によってできる図形の面積を求めよ．



4　右の図は，半径が 6cm，中心角が 90°のおうぎ形 OAB と長方形 OPQR を組み合わせたものである．点 Q はおうぎ形の弧 AB 上にある。∠OPR＝15°であるとき，斜線部の面積を求めよ．



$\boxed{5}$　下の図 1 で，五角形 ABCDE は正五角形である．

下の図 2 は，図 1 で示した正五角形 ABCDE の辺 AB，辺 BC だけを示したものである．

図 2 で示した図をもとにして，正五角形の辺 CD を作図せよ．

図 1

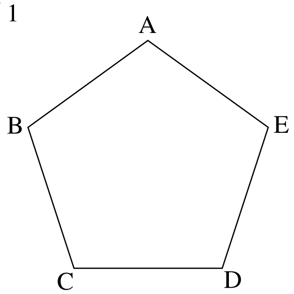
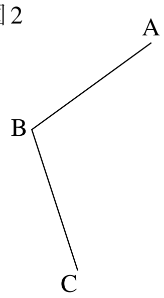


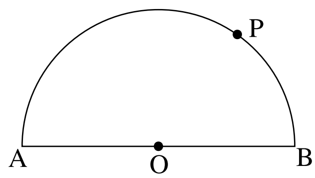
図 2



$\boxed{6}$　右の図で，線分 AB を直径とする半円 O の弧 AB 上に点 P をとる．

(1)　点 P で弧 AB と接する直線を作図せよ．

(2)　線分 OP 上に中心があり，半円 O と線分 OB に接する円を作図せよ．



§6　関数

$\boxed{1}$　a，b が次のような場合に，点 P(a，b)は座標平面のどの部分にあるか答えよ．

(1)　$a>0$，$b>0$　　(2)　$a=0$，$b=0$

(3)　$ab=0$　　(4)　$ab<0$

$\boxed{2}$　座標平面上の点 A(a，b)は第 2 象限にある．

(1)　点 B($-a$，b)は第何象限にあるか．

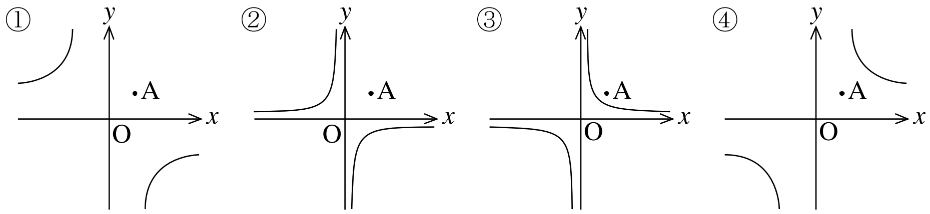
(2)　線分 AB の長さを求めよ．

(3)　原点 O に対して，点 A と対称な点の座標を求めよ．

(4)　(3，2)に関して，点 A と対称な点の座標を求めよ．

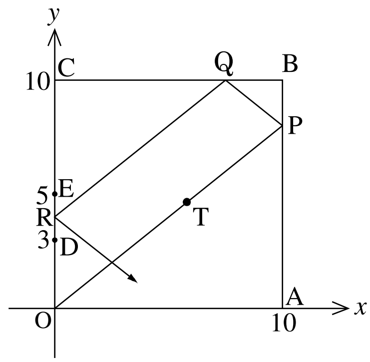
(5)　点 A に関して，(-5，2)と対称な点の座標を求めよ．

3　次の①～④はそれぞれ $y=\dfrac{a}{x}$ のグラフと点 A(1，1)を表した図である．①～④の中で，a の値が 1 より大きいものはどれか．



4　図のように，座標平面上に，原点 O，点 A(10，0)，点 B(10，10)，点 C(0，10)を頂点とする正方形 OABC がある．点 T は原点 O から出発して，初めは直線 $y=ax$ $\left(\dfrac{1}{2}<a<1\right.$ とする) 上を動き，正方形の辺に当たるたびに反射して進んでいく．

点 T が辺で反射するときにできる 2 つの角の大きさは等しいものとする．点 T が初めて辺 AB, 辺 BC, 辺 CO と当たる点をそれぞれ P，Q，R とするとき，次の各問いに答えよ．



(1)　点 P の座標が(10，8)のとき，点 Q の座標を求めよ．

(2)　辺 OC 上に 2 点 D(0，3)，E(0，5)をとる．点 R が辺 DE 上にあるとき，a の値の範囲を求めよ．ただし，点 R が線分 DE の端点にあるときも含むもの

§7　連立方程式

1　(1)　連立方程式 $\begin{cases} 19x+37y=67 \\ 13x+25y=55 \end{cases}$ を解け．

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 320x+117y=2 \\ 100x+101y=1 \end{cases}$ のとき，$x:y$ を最も簡単な整数で表せ．

$\boxed{2}$ (1)　x，y，z が $\begin{cases} 3x-4y-z=0 \\ x-2y+z=0 \end{cases}$ を満たすとき，$x:y:z$ をできるだけ簡単な整数の比で表せ．

(2)　連立方程式 $\begin{cases} 4x+3y=25 \\ x+2y=5k \end{cases}$ がある．x，y がともに正の整数であるような，整数 k の値をすべて求めよ．

$\boxed{3}$　p は定数とする．y は x に反比例し，$x=3$ のとき $y=3+p$，$x=5$ のとき $y=5+p$ である．比例定数の値を求めよ．

$\boxed{4}$　20km 離れた川沿いの 2 地点を往復する船がある．上りに，船のエンジンが停止して，20 分間流されたので，往復するのに 4 時間かかった．流された時間を除くと，上りにかかった時間は下りにかかった時間の $\dfrac{7}{4}$ 倍であった．このとき，静水での船の速さを求めよ．

$\boxed{5}$　ある学校の入学志願者の男女の比が 5 : 7，合格者についての男女の比は 3 : 4，不合格者についての男女の比は 46 : 65 であったという．また，合格者は 210 人であった．このとき，志願者数は何人か．

§8　方程式と不等式

$\boxed{1}$ (1)　不等式 $p+2<x<3$ を満たす x の整数値が 4 個になるようにしたい. そのときの p の値の範囲を不等式で表せ．

(2)　連立不等式 $\begin{cases} 5x-a<11 \\ x-b<3(x-3) \end{cases}$ の解が $1<x<3$ であるとき，a，b の値を求めよ．

(3)　$\begin{cases} \dfrac{2x-5}{3}<\dfrac{3x-1}{2} \\ 4x+3 \geqq 5x+a \end{cases}$ を同時に満たす連続する整数が 4 つだけあるように，a の値の範囲を求めよ．

$\boxed{2}$ (1)　方程式 $2x+3y=36$ と，不等式 $2x<4y<3x$ とを同時に満たす x，y の整数値を求めよ．

(2)　x，y についての連立方程式 $\begin{cases} 4x-2y=5 \\ -x+3y=a \end{cases}$ で，x の解が 1 以上となるとき，整数 a のうち一番小さいものを求めよ．

$\boxed{3}$ (1)　分母が 7 で，分子が整数である分数のうち，$\dfrac{1}{6}$ と $\dfrac{5}{6}$ の間にあるものの和を求めよ．

(2)　12 で割って小数第 1 位を四捨五入すると，答えが 3 となる整数のうち，最小のものと最大のものを求めよ．

$\boxed{4}$ (1)　2 桁の正の整数 ab に 30 を加えて 6 倍したところ，3 桁の数 $a8b$ となった．2 桁の整数 ab を求めよ．ただし，整数 ab は $10a+b$ を表す．

(2)　りんご，みかん，なしがある．1 個につき重さはそれぞれ一律に 300g，100g，200g であるとし，値段は 200 円，60 円，150 円である．この 3 種の果物を混ぜて，正味 3300g，かご代 300 円を含めて 2500 円の果物かごを，りんごがなるべく多くなるようにつくりたい．3 種の果物をどのように混ぜたらよいか．

$\boxed{5}$ (1)　何人かのグループで，ある人に記念品を贈ることにした．1 人 2000 円ずつ集めると予定の記念品代より 1650 円不足し，1 人 2100 円ずつ集めると 100 円以下の余りがある．グループの人数と予定の記念品代を求めよ．

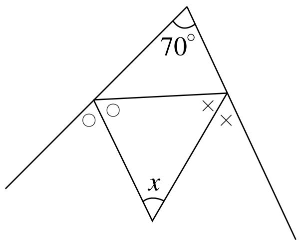
(2)　600g の書籍小包 x 個と，2.4kg の書籍小包 y 個を下の料金表によって送ったところ，総重量が 10kg 以下で，料金の合計が 3000 円かかった．x と y を求めよ．ただし，$x>0$，$y>0$ とする．

重量	250g まで	500g まで	1kg まで	1.5kg まで	2kg まで	2.5kg まで	3kg まで
料金	200 円	250 円	300 円	350 円	400 円	450 円	500 円

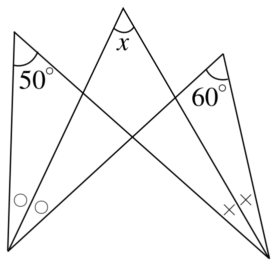
§9　合同

$\boxed{1}$　次の図で，$\angle x$ の大きさを求めよ．ただし，○，×は角の大きさが等しいことを表している．

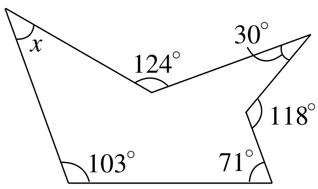
(1)



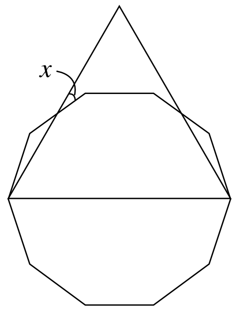
(2)



(3)

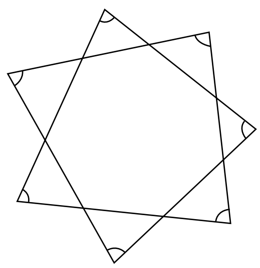


(4)



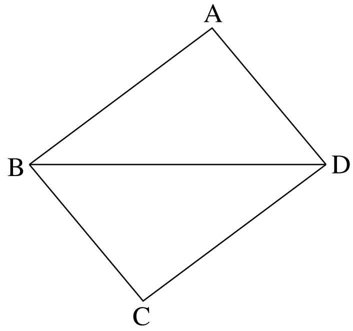
正三角形と正十角形を
重ねたもの

$\boxed{2}$　印のつけてある角の大きさの和を求めよ．



3　次の証明には間違いが含まれている．どこがどのように間違っているか指摘せよ．

右の図は，AB＝CD，BC // AD，∠BAD＝∠DCB の四角形 ABCD である．B と D を結ぶとき，△ABD≡△CDB となることを証明したい．



(証明)　△ABD と△CDB において，

AB＝CD (仮定) ……①

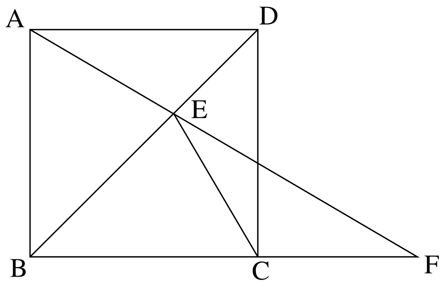
BD＝DB (共通な辺) ……②

∠ABD＝∠CDB (錯角) ……③

①～③より，2 辺夾角相等から，

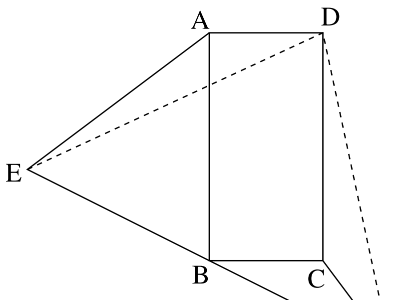
△ABD≡△CDB　　　(証明終)

4　正方形 ABCD の対角線 BD 上の 1 点を E とし，A，E を通る直線が BC の延長と交わる点を F とする．このとき，∠EFC＝∠ECD であることを証明せよ．

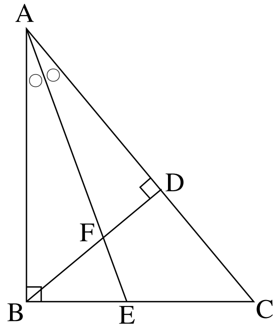


5　右の図のように，長方形 ABCD の頂点 B を通る直線上に，2 点 E，F を AE＝AB，CF＝CB となるようにとる．

このとき，ED＝DF となることを証明せよ．



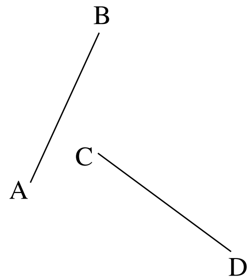
$\boxed{6}$　右の図のように，∠ABC＝90°の直角三角形 ABC において，頂点 B から辺 AC に垂線 BD をひく．また，∠BAC の二等分線と辺 BC, BD との交点をそれぞれ E, F とする．このとき，BE＝BF であることを証明せよ．



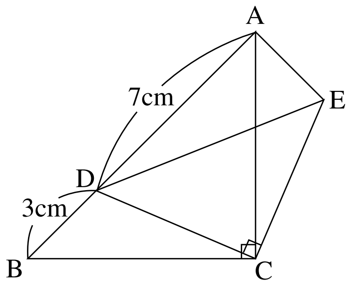
$\boxed{7}$　長さの等しい 2 つの線分 AB，CD が右の図のような位置にある．A が D に，B が C に重なるように線分 AB を回転したい．

(1)　回転の中心 O を作図によって求めよ．

(2)　点 O が回転の中心であることを証明せよ．



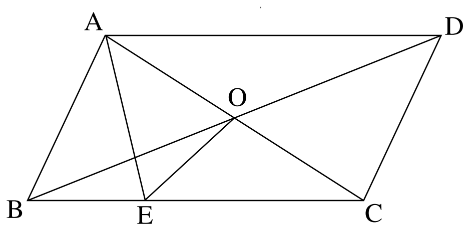
$\boxed{8}$　△ABC，△EDC がともに直角二等辺三角形であるとき，△EDC の面積を求めよ．



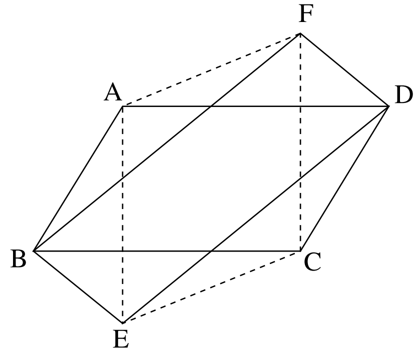
$\boxed{9}$　▱ABCD において，BE＝EO，∠OBC＝15°，∠OCB＝30°のとき，

(1)　∠AEB の大きさを求めよ．

(2)　∠BDC の大きさを求めよ．

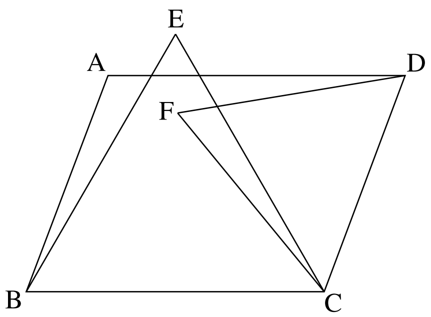


１０　右の図で，四角形 ABCD，BEDF は平行四辺形である．このとき，四角形 AECF は平行四辺形であることを証明せよ．

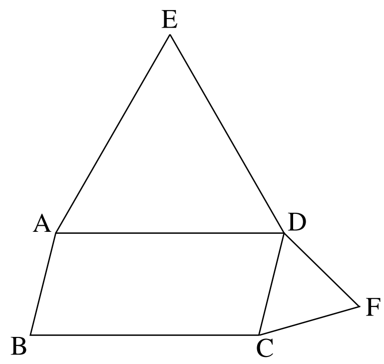


１１　次の図はそれぞれ平行四辺形 ABCD と 2 つの正三角形を組み合わせてできた図形である．(1)，(2)それぞれで第 3 の正三角形を発見し，それぞれ証明せよ．

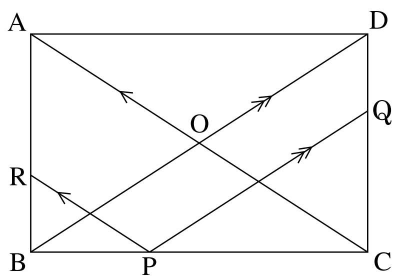
(1)



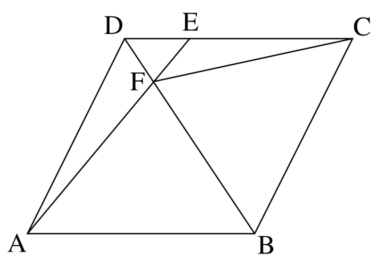
(2)



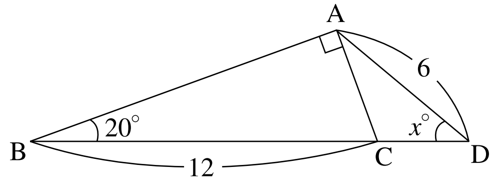
１２　図の長方形 ABCD において，点 P が辺 BC 上にあり，AC // RP，BD // PQ のとき，PQ＋PR が一定であることを証明せよ．



１３　右の図のような平行四辺形 ABCD において，辺 CD 上に点 E をとり，AE と BD の交点を F とする．AF＝CF ならば平行四辺形 ABCD はひし形であることを証明せよ．



14　右の図で，∠BAC＝90°，∠ABC＝20°，BC＝12，AD＝6 のとき，x の値を求めよ．



§10　1次関数

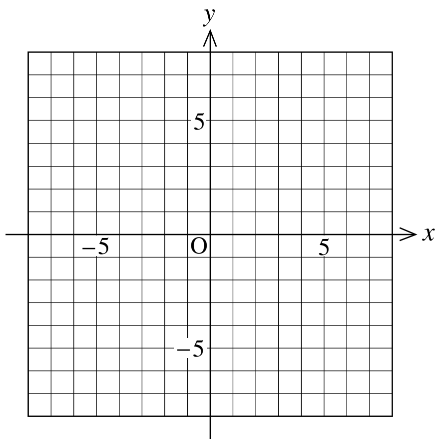
1　次の式が表すグラフをかけ．

① $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

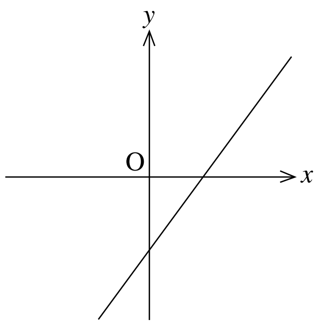
② $y=-2x+10$

③ $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$

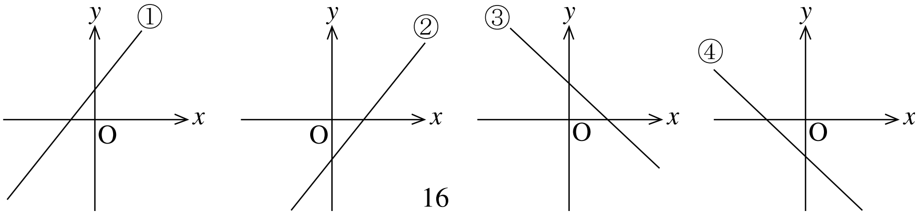
④ $y=-\frac{5}{2}x-\frac{19}{2}$



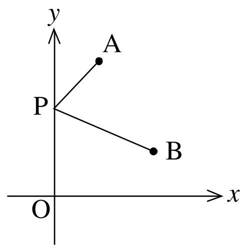
2　(1)　a，b を定数とする．1 次関数 $y=ax+b$ のグラフが右の図のようになるとき，$b-a$ の値は，正，負，0 のうちどれか．



(2)　a，b を定数とする．次の①～④のうち，$a+b<0$ であり，$ab>0$ であるときの関数 $y=ax+b$ のグラフの 1 例となっているものはどれか．



$\boxed{3}$　右の図のように，2 点 A(1，4)，B(3，1)がある．y 軸上に点 P をとり，AP＋PB の長さが最も短くなるとき，点 P の座標を求めよ．



$\boxed{4}$　x，y についての 3 つの 1 次方程式

$x+ay-2b=0$　……①

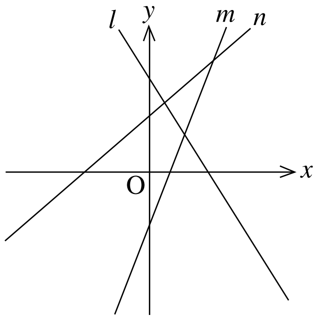
$ax+y-b=0$　……②

$3ax-y+2b-1=0$　……③

を表す 3 直線 l，m，n は図のようになるという．

(1)　a，b の符号を判定せよ．

(2)　l，m，n はそれぞれ①，②，③のどれを表すか．



$\boxed{5}$　次の 4 つの方程式，

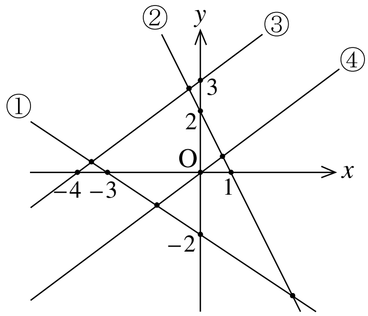
$ax+by+3=0$　……Ⓐ

$ax+by=0$　……Ⓑ

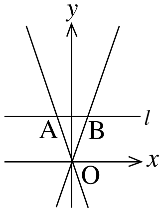
$px+qy+r=0$　……Ⓒ

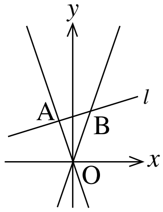
$px+\dfrac{1}{2}y+b=0$　……Ⓓ

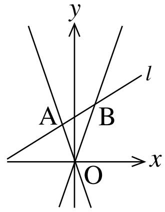
はそれぞれ右の図の①～④の 1 つずつの直線を表している．ただし，③と④は平行である．このとき，定数 a，b，p，q，r の値を求めよ．

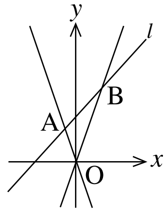


$\boxed{6}$　次の①～④はそれぞれ，直線 $y=-3x$， $y=3x$ と点(0，3)を通る直線 l がそれぞれ点 A，B で交わっている図である．①～④の中で，△OAB の面積が最も大きいものはどれか．

①


②


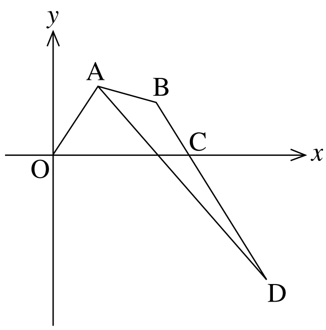
③


④


$\boxed{7}$ (1)　3 直線 $2x-y+5=0$，$3x+2y+4=0$，$ax-y+2=0$ によって，三角形ができないような定数 a の値を求めよ．

(2)　3 直線 $x+y=-1$，$x-ay=-9$，$ax-y=5$ によってつくられる三角形の 2 つの頂点の座標が $(1,\ -2)$，$(-3,\ 2)$ であるとき，この三角形のもう 1 つの頂点の座標を求めよ．

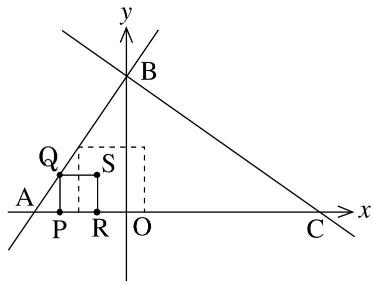
$\boxed{8}$　右の図のように，4 点 O(0，0)，A(2，3)，B$\left(\dfrac{9}{2},\ \dfrac{9}{4}\right)$，C(6，0)があり，BC を C 側に延長した直線上に点 D をとる．



(1)　直線 BC の式を求めよ．

(2)　四角形 OABC の面積と△ABD の面積が等しくなるとき，点 D の座標を求めよ．

$\boxed{9}$　右の図のように，直線 $y=\dfrac{4}{3}x+20$ があり，x 軸，y 軸との交点をそれぞれ A，B とする．動点 P が A から毎秒 1 の速さで x 軸上を原点 O に向かって進む．点 P から y 軸に平行な直線をひき，直線 AB との交点を Q とする．また，PQ＝PR となる点 R を x 軸上にとり，四角形 PRSQ が正方形となる点 S をとるとき，次の各問いに答えよ．ただし，(P の x 座標)＜(R の x 座標)とする．



(1)　点 P が動き始めてから t 秒後のとき，

①　点 P の x 座標を t を使って表せ．

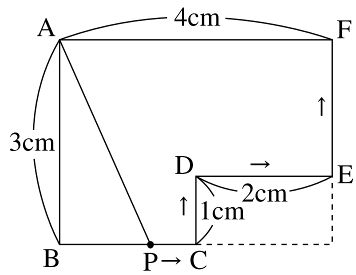
②　点 R の x 座標を t を使って表せ．

(2)　点 C(40，0)とするとき，正方形 PRSQ が△ABC に内接するのは，点 P が動き始めてから何秒後になるか．

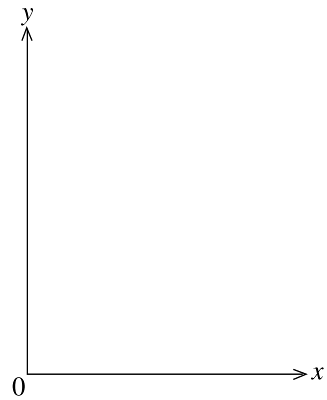
$\boxed{１０}$　右の図は, 縦 3cm, 横 4cm の長方形から, 縦 1cm, 横 2cm の長方形を取り除いた図形である.

点 P は B を出発点として，この図形の周上を B→C →D→E→F の順に B から F まで動く.

点 P が B から動いた道のりを $x$cm，線分 AP でこの図形を 2 つの部分に分けたとき，頂点 B を含むほうの図形の面積を $y$cm^2 とする.



(1)　点 P が B を出発してから F に着くまでの，x と y の関係を表すグラフをかけ．ただし，P が F に着いたときの y の値は 10 とする.



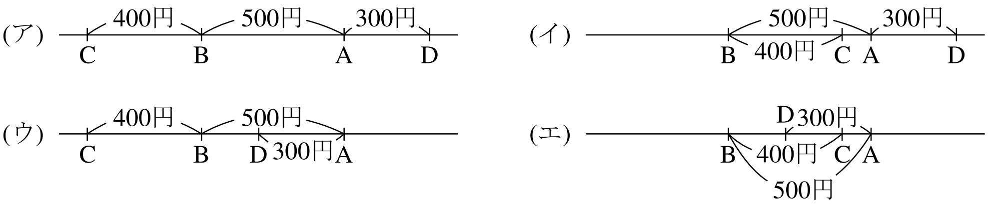
(2)　線分 AP で分けられた 2 つの図形の面積を比べるとき, 大きい方が小さい方の 2 倍になるような x の値をすべて求めよ.

《解答・解説》

§1　正負の数

$\boxed{1}$　A は 1300 円，B は 800 円，C は 1200 円，D は 1000 円

〔解説〕4 人の所持金の関係を数直線に示すとき，次の(ア)～(エ)が考えられる．



このうち，一番少ない人と，二番目に少ない人の差が 200 円になるのは(エ)の場合である．したがって所持金は，B が 800 円，D が 1000 円，C が 1200 円，A が 1300 円である．

$\boxed{2}$　20

〔解説〕-2 から 2 までの既約分数は，例えば$\dfrac{1}{24}$と$-\dfrac{1}{24}$のように絶対値が同じ数の集まりなので，和は 0 になる．
よって, 2 より大きく 3 より小さい分母が 24 の既約分数を見つければよい．
分母が 24 のとき，既約分数の分子は 24 とのあいだに 1 以外の公約数をもたないものである．よって，1，5，7，11，13，17，19，23 の 8 つである．

$$2\frac{1}{24}+2\frac{5}{24}+2\frac{7}{24}+2\frac{11}{24}+2\frac{13}{24}+2\frac{17}{24}+2\frac{19}{24}+2\frac{23}{24}$$
$$=\left(2\frac{1}{24}+2\frac{23}{24}\right)+\left(2\frac{5}{24}+2\frac{19}{24}\right)+\left(2\frac{7}{24}+2\frac{17}{24}\right)+\left(2\frac{11}{24}+2\frac{13}{24}\right)$$
$$=5+5+5+5$$
$$=20$$

$\boxed{3}$　(1)　144cm　　(2)　C 君　　(3)

A	E	C	D	B	F
	＋3	－4	－3	＋6	－8

(4)　ア＝＋7

〔解説〕(1)　A 君の身長を基準(0cm)とすると，
B 君は＋2cm，C 君は－1cm，D 君は－4cm，E 君は＋3cm，F 君は－6cm
よって，F 君の身長は，150－6＝144(cm)

(2)　(1)より，

$$\frac{0+2-1-4+3-6}{6}=-1(\mathrm{cm})$$

よって，C 君が 6 人の平均と等しい.

(3)　E 君と A 君の差は，3－0＝＋3

C 君と E 君の差は，－1－3＝－4

D 君と C 君の差は，－4－(－1)＝－3

B 君と D 君の差は，2－(－4)＝＋6

F 君と B 君の差は，－6－2＝－8

(4)　次の表のように，①～⑥とおく.

①	②	③	④	⑤	⑥
	＋2	ア	－3	＋2	－3

②－①＝＋2，⑤－④＝＋2

(1)より，身長の差が 2cm になるのは，A と B，D と F の組み合わせである.

(i)　①＝A，②＝B とすると，

A	B	③	F	D	⑥
	＋2	ア	－3	＋2	－3

このとき⑥は D より 3cm 低くなるが，－4－3＝－7(cm)はいないので不適.

(ii)　①＝F，②＝D のとき，

F	D	③	A	B	⑥
	＋2	ア	－3	＋2	－3

このとき⑥は B より 3cm 低いので，＋2－3＝－1(cm)より，⑥＝C

よって，③＝E となる.

E と D の身長の差は，3－(－4)＝＋7cm より，ア＝＋7

$\boxed{1}$　(1)　㋒，㋓，㋖　　(2)　$b \times c$

(3)　$(a,\ b,\ c,\ d,\ e)=$(負，正，正，正，正)または(負，負，負，負，負)

〔解説〕(1)　必ず正…㋑，㋔

正にも負にもどちらにもなりうる…㋐，㋕

(2)　a と b では a の方が絶対値が大きい．

c と d では d の方が絶対値が大きい．

よって，$a \times d$ と $b \times c$ で絶対値が大きいのは $a \times d$

$a \times d$ と $b \times c$ はともに負なので，$b \times c$ の方が大きい．

(3)　$abcde < 0$，$ace < 0$ より，$bd > 0$ だから，b，d は両方正または両方負．

$de > 0$ より，d，e は両方正または両方負．

よって，b，d，e はすべて正またはすべて負．

(i)　b，d，e が正のとき，$a < b < c < d$ より，c は正．

$ace < 0$ より，a は負．

このとき，a は負，b は正，c は正，d は正，e は正．

(ii)　b，d，e が負のとき，$a < b < c < d$ より，c は負．

$ace < 0$ より，a は負．

このとき，a は負，b は負，c は負，d は負，e は負．

$\boxed{2}$　$x=-2$，$y=-1$

〔解説〕数直線上に左から-3，x，y，5 の順でならんでいるから，$-3 < x < y < 5$

平均が $-\dfrac{1}{4}$ だから，4 つの整数の合計は，$-\dfrac{1}{4} \times 4 = -1$

-3 と 5 の和は 2 だから，x と y の和は，$-1-2=-3$

x と y はともに-3 より大きく，和が-3 だから，-2 と-1 である．

$x < y$ より，$x=-2$，$y=-1$

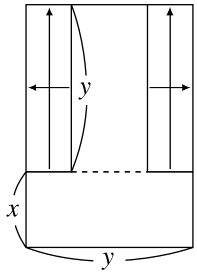
$\boxed{3}$　$\dfrac{a+b}{6}$ cm

〔解説〕長方形の縦の長さを $x$cm，横の長さを $y$cm とすると，

図 1 より，$2(2x+y)=a$

$4x+2y=a$ ……①

図 2 を右の図のように辺を移動させると，



$2(x+y+y)=b$

$2x+4y=b$ ……②

①，②より，

$(4x+2y)+(2x+4y)=6x+6y$

$=6(x+y)=a+b$

縦と横の長さの和の 6 倍が$(a+b)$cm だから，$\dfrac{a+b}{6}$ cm

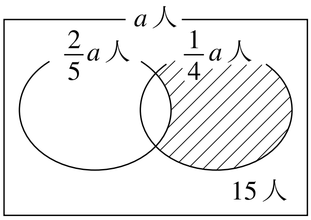
$\boxed{4}$　$\dfrac{2x+2}{9}$時間

〔解説〕S 君が歩いた時間は$\dfrac{x}{4}$時間，車に乗っている時間は$\dfrac{5-x}{36}$時間だから，

$\dfrac{x}{4}+\dfrac{5}{60}+\dfrac{5-x}{36}=\dfrac{2x+2}{9}$(時間)

$\boxed{5}$　(1)　$\dfrac{2}{5}a$ 人　　(2)　$\left(-\dfrac{7}{20}a+15\right)$人　　(3)　$a=40$

〔解説〕(2)　弟がいる人は$\dfrac{2}{5}a$ 人，妹がいる人は$\dfrac{1}{4}a$ 人だから，妹だけがいる人(右図の斜線部分)は，



$a-15-\dfrac{2}{5}a=\dfrac{3}{5}a-15$(人)

よって，弟と妹の両方いる人は，

$\dfrac{1}{4}a-\left(\dfrac{3}{5}a-15\right)=-\dfrac{7}{20}a+15$(人)

(3)　$-\dfrac{7}{20}a+15$は自然数だから，a は 20 の倍数である.

(i)　$a=20$ のとき

弟がいる人	妹がいる人	両方いる人	両方いない人
8 人	5 人	8 人	15 人

(妹がいる人)<(両方いる人)となり，不適.

(ii)　$a=40$ のとき

弟がいる人	妹がいる人	両方いる人	両方いない人
16 人	10 人	1 人	15 人

このとき，条件は満たしている.

(iii)　$a=60$ のとき

$$-\frac{7}{20}a+15=-6$$

となり，不適.

以上より，$a=40$

§3　式の計算

$\boxed{1}$　(1)　[ア]=2，[イ]=3　　(2)　[ア]=3，[イ]=2，[ウ]=2

〔解説〕指数どうし，同じ文字どうしで比較する.

(1)　$3\times(-2)^{[イ]}=-24$ より，$(-2)^{[イ]}=-8=(-2)^3$ から，[イ]=3

$a\times(a^{[ア]})^3=a^7$ より，$(a^{[ア]})^3=a^6=(a^2)^3$ から，[ア]=2

(2)　$3^{[ア]}\times(-2)\div6=-9$ より，$3^{[ア]}=27=3^3$ から，[ア]=3

$x^3\div x=x^2=x^{[ウ]}$ より，[ウ]=2

$y^{[イ]}\div y=y$ より，[イ]=2

$\boxed{2}$　x^2-3

〔解説〕$2\{2A+B-3(2B-C)\}-3\{2(A+C)-(A+3B)\}=A-B$

$=(2x^2+3x-1)-(x^2+3x+2)$

$=x^2-3$

$\boxed{3}$ ア：$2n-1$，イ：n，ウ：n^2，エ：$\dfrac{n^2-n+2}{2}$，オ：n^2-n+1，カ：$\dfrac{n^2+n}{2}$

キ：n^2+n-1，ク：n^3

〔解説〕 n 番目の奇数は $2n-1$ だから，1 から $2n-1$ までの奇数の和は，n 個の奇数の平均が $\dfrac{1+2n-1}{2}=n$ より，$n\times n=n^2$ となる．

次に，$(n-1)$段までの数字の個数は，$1+2+3+\cdots+(n-1)=\dfrac{1+n-1}{2}\times(n-1)=\dfrac{n^2-n}{2}$(個)だから，$n$ 段目の左端の数は 1 から数えて $\dfrac{n^2-n}{2}+1=\dfrac{n^2-n+2}{2}$(番目)の奇数となり，その数は,

$$2\times\frac{n^2-n+2}{2}-1=n^2-n+1$$

n段目の右端の数は1から数えて$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n^2+n}{2}$(番目)の奇数となるから，その数は,

$$2\times\frac{n^2+n}{2}-1=n^2+n-1$$

よって，n 段目の奇数は(n^2-n+1)から(n^2+n-1)まで並んでいて，個数は n 個だから，n 段目の奇数の和は,

$$\frac{(n^2-n+1)+(n^2+n-1)}{2}\times n=n^3$$

$\boxed{4}$　120

〔解説〕$a+b+c+d=0$ より，

$a+b+c=-d$，$a+b+d=-c$，$a+c+d=-b$，$b+c+d=-a$

$$\frac{a+b+c-d}{a}\times\frac{a+b-2c+d}{b}\times\frac{a-3b+c+d}{c}\times\frac{-4a+b+c+d}{d}$$

$$=\frac{-d-d}{a}\times\frac{-c-2c}{b}\times\frac{-b-3b}{c}\times\frac{-4a-a}{d}$$

$$=\frac{-2d}{a}\times\frac{-3c}{b}\times\frac{-4b}{c}\times\frac{-5a}{d}$$

$=120$

$\boxed{5}$　a，b，c，d を 1 桁の整数とすると，4 桁の自然数は，$1000a+100b+10c+d$

千の位と十の位の数字の和と百の位と一の位の数字の和の差が 11 で割り切れるから，

$a+c-(b+d)=11k$　(k は整数)

とおくことができる．

$$\begin{aligned}1000a+100b+10c+d&=1001a+99b+11c-a+b-c+d\\&=1001a+99b+11c-(a+c-b-d)\\&=1001a+99b+11c-11k\\&=11(91a+9b+c-k)\end{aligned}$$

ここで，$91a+9b+c-k$ は整数だから，この自然数は 11 の倍数である．

§4　1次方程式

$\boxed{1}$　$a=1$，-1，3，-3，9，-9

〔解説〕この方程式を解くと，$x=-\dfrac{9}{a}$

$-\dfrac{9}{a}$ が整数になるのは，a が 9 の約数のときである．

負の数も考えて，$a=1$，-1，3，-3，9，-9

$\boxed{2}$ (1) $a=-\dfrac{8}{3}$，$b=-\dfrac{5}{3}$　(2) 21：5

〔解説〕(1) $PQ=2-(-5)=7$，$PA=\dfrac{1}{3}PQ=\dfrac{7}{3}$

よって，$a=-5+\dfrac{7}{3}=-\dfrac{8}{3}$

$AB=\dfrac{1}{3}PQ$ より，

$$2a-3b-a=\dfrac{7}{3}$$

$$b=-\dfrac{5}{3}$$

(2) $-2a+b=\dfrac{11}{3}$ より，$QR=\dfrac{11}{3}-2=\dfrac{5}{3}$

よって，$PQ:QR=7:\dfrac{5}{3}=21:5$

$\boxed{3}$ (1) 7 個　(2) 1　(3) $x=12$

〔解説〕(1) $\langle a,\ 7\rangle=2$ は a を 7 でわった商の小数部分を切り上げると 2 になるという意味だから，$7<a\leqq 14$ であると考えることができる．

よって，$a=8$，9，10，11，12，13，14 の 7 個

(2) $\langle a,\ 3\rangle\leqq a$ になるから，$\langle a,\ 3\rangle\div a\leqq 1$ である．

小数点以下は切り上げるので，$\langle\langle a,\ 3\rangle,\ a\rangle=1$

よって，a の値がどんな自然数でも，$\langle\langle a,\ 3\rangle,\ a\rangle$ は常に 1 である．

(3) $\langle 5x,\ 3\rangle$，$\langle x,\ 2\rangle$ はともに整数なので，この等式の左辺は整数である．よって，右辺も整数であり，$\dfrac{x}{6}$ も整数である．つまり，x は 6 の倍数である．ここで $5x$ も 6 の倍数だから，$5x\div 3$，$x\div 2$ の商はともに整数である．

よって，$\langle 5x,\ 3\rangle=\dfrac{5x}{3}$，$\langle x,\ 2\rangle=\dfrac{x}{2}$ を等式にあてはめると，

$$\frac{5x}{3}-\frac{3x}{2}=4-\frac{x}{6}$$

$$x=12$$

$\boxed{4}$　169

〔解説〕A の百の位と十の位をあわせた 2 桁の整数を x とする．

$$A=10x+9,\ B=900+x$$

$$4(10x+9+60)=900+x$$

$$x=16$$

$\boxed{5}$　(1)　$\dfrac{x+2}{3}$ 歳　　(2)　4 歳　　(3)　$x=43$

〔解説〕(1)　1 年前のお父さんの年令は$(x-1)$歳より，1 年前の A 君の年令は $\dfrac{x-1}{3}$ 歳だから，現在の A 君の年令は，

$$\frac{x-1}{3}+1=\frac{x+2}{3}\ (\text{歳})$$

(2)　5 年後のお父さんの年令は$(x+5)$歳より，5 年後の妹の年令は $\dfrac{x+5}{3}$ 歳であるから，現在の妹の年令は，

$$\frac{x+5}{3}-5=\frac{x-10}{3}\ (\text{歳})$$

よって，差は，

$$\frac{x+2}{3}-\frac{x-10}{3}=4(\text{歳})$$

(3)　3 年前のお父さんの年令は$(x-3)$歳，A 君の年令は $\left(\dfrac{x+2}{3}-3\right)$ 歳，妹の年令は $\left(\dfrac{x-10}{3}-3\right)$ だから，

$$x-3=2\left(\frac{x+2}{3}-3+\frac{x-10}{3}-3\right)$$

$$x=43$$

$\boxed{6}$　毎分 250m

〔解説〕C の速さを毎分 x m とすると，A と C の移動した差も，B と C の移動した差もどちらも池 1 周分だから，

$5x-5\times70=9x-9\times150$　　　よって　$x=250$

$\boxed{7}$　60g

〔解説〕食塩の量は，$\dfrac{6}{100}\times200=12$(g)

x g の水を蒸発させるとすると，

$$\frac{12}{200+100-x}\times100=5$$

$$x=60$$

$\boxed{8}$　(1)　毎分 2.4m^3　　(2)　144m^3

〔解説〕(1)　池からわき出る水量を毎分 $x\,m^3$ とすると，はじめの水量は，

ポンプ 2 台で，30 分でくみつくすから，$(30\times2\times3.6-30\times x)m^3$ …①

ポンプ 4 台で，12 分でくみつくすから，$(12\times4\times3.6-12\times x)m^3$ …②

①＝②より，

$$30\times2\times3.6-30\times x=12\times4\times3.6-12\times x$$

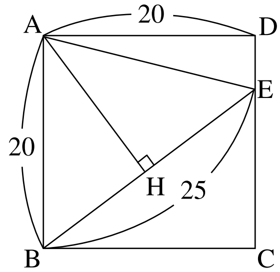
$$x=2.4$$

(2)　①に代入して，

$$30\times2\times3.6-30\times2.4=144(m^3)$$

$\boxed{1}$　16cm

〔解説〕A と E を結び，△ABE の面積を 2 通りで表す.



$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times AB \times AD = 200(cm^2)$$

$$\triangle ABE = \frac{1}{2} \times BE \times AH = \frac{25}{2} \times AH$$

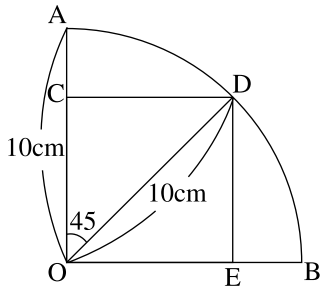
よって，$\frac{25}{2} \times AH = 200$

$$AH = 200 \div \frac{25}{2} = 16(cm)$$

$\boxed{2}$　(1)　$\left(10+\frac{5}{2}\pi\right)$cm　　(2)　$\left(\frac{25}{2}\pi-25\right)$cm^2

〔解説〕正方形の対角線の長さが 10cm なので、おうぎ形の半径も 10cm である.

(1)　右図のように点をとると，

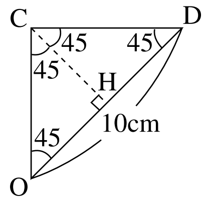


$$AC + CD = AC + CO = AO = 10(cm)$$

$$弧\ AD = 2 \times 10\pi \times \frac{45}{360} = \frac{5}{2}\pi(cm)$$

よって，$\left(10+\frac{5}{2}\pi\right)$cm

(2)　右図のように，C から OD に垂線 CH をひくと，



$$CH = OH = \frac{1}{2}OD = 5(cm)$$

よって，求める面積は，

$$10^2\pi \times \frac{45}{360} - \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = \frac{25}{2}\pi - 25\,(cm^2)$$

$\boxed{3}$ (1) $\left(\dfrac{3}{2}\pi+2\right)$cm (2) $\left(\dfrac{7}{2}\pi+1\right)$cm^2

〔解説〕(1) $2\times\pi\times\dfrac{270}{360}+1\times2=\dfrac{3}{2}\pi+2$ (cm)

(2) おうぎ形 P が回転した図形は右図 1 のようになる．
よって，図 2 の面積を考えると，

$$2^2\pi\times\frac{270}{360}+1^2\pi\times\frac{90}{360}\times2+1^2=\frac{7}{2}\pi+1\ (\text{cm}^2)$$

図 1

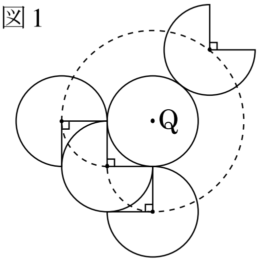
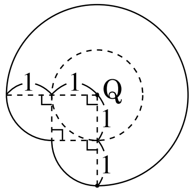


図 2

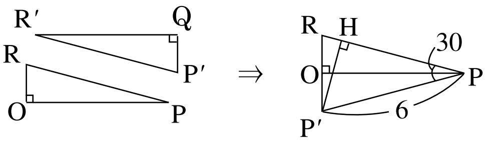


$\boxed{4}$ $(9\pi-9)$cm^2

〔解説〕長方形の対角線の長さは等しいので，

PR＝OQ＝OB＝6(cm)

長方形 OPQR を PR で分けて，△POR と△P′R′Q とし，PO と R′Q が重なるように移動させると，頂角が 30°の二等辺三角形になる．



P′ から PR に垂線 P′H をひくと，△PP′H は正三角形を線対称に二等分した図形である．

$\text{P}'\text{H}=\dfrac{1}{2}\text{PP}'=3(\text{cm})$

長方形 OPQR＝△PP′R

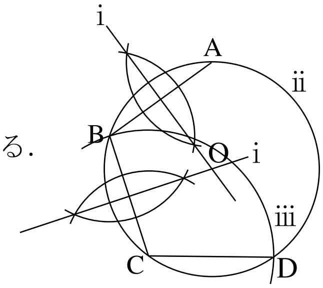
$$=\frac{1}{2}\times\text{PR}\times\text{P}'\text{H}$$

$$=\frac{1}{2}\times6\times3$$

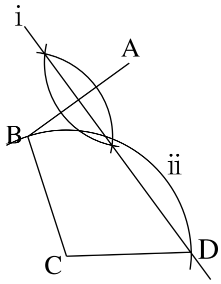
$$=9(\text{cm}^2)$$

よって，求める面積は，$6^2\pi\times\dfrac{90}{360}-9=9\pi-9(\text{cm}^2)$

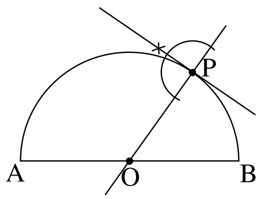
5　ⅰ　AB，BC の垂直二等分線をひく．
ⅱ　ⅰの交点 O を中心とする半径 OA の円をかく．
ⅲ　C を通り半径 BC の円をかく．ⅰとの交点が D である．



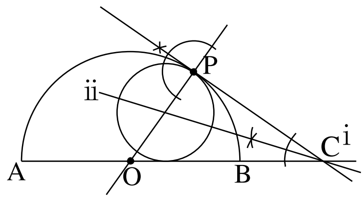
(別解)　ⅰ　AB の垂直二等分線をひく．
ⅱ　C を通り半径 BC の円をかく．ⅰとの交点が D である．



6　(1)　直線 OP をひき，P を通り OP に垂直な線をひく．



(2)　ⅰ　(1)の直線と直線 AB との交点を C とする．
ⅱ　∠PCO の二等分線をひく．この直線と線分 OP との交点が求める円の中心になる．



§6　関数

1　(1)　第 1 象限　　(2)　原点　　(3)　x 軸または y 軸
(4)　第 2 象限または第 4 象限

〔解説〕(3)　a と b のどちらか一方が 0 になればよいので，x 軸または y 軸上．
(4)　$a>0$ のとき $b<0$, $a<0$ のとき $b>0$ だから, 第 2 象限または第 4 象限．

$\boxed{2}$ (1) 第 1 象限　(2) $-2a$　(3) $(-a,\ -b)$　(4) $(6-a,\ 4-b)$

(5) $(2a+5,\ 2b-2)$

〔解説〕(1) A は第 2 象限だから $a<0$，$b>0$ より，$B(-a,\ b)$は第 1 象限.

(2) A と B は y 軸対称だから，$AB=(-a)-a=-2a$

(3) x 座標，y 座標ともに符号が変わるから，$(-a,\ -b)$

(4) 対称な点を$(p,\ q)$とおくと，$\left(\dfrac{p+a}{2},\ \dfrac{q+b}{2}\right)=(3,\ 2)$より，

$p=6-a$，$q=4-b$

(5) 対称な点を$(r,\ s)$とおくと，$\left(\dfrac{r-5}{2},\ \dfrac{s+2}{2}\right)=(a,\ b)$より，

$r=2a+5$，$s=2b-2$

$\boxed{3}$ ④

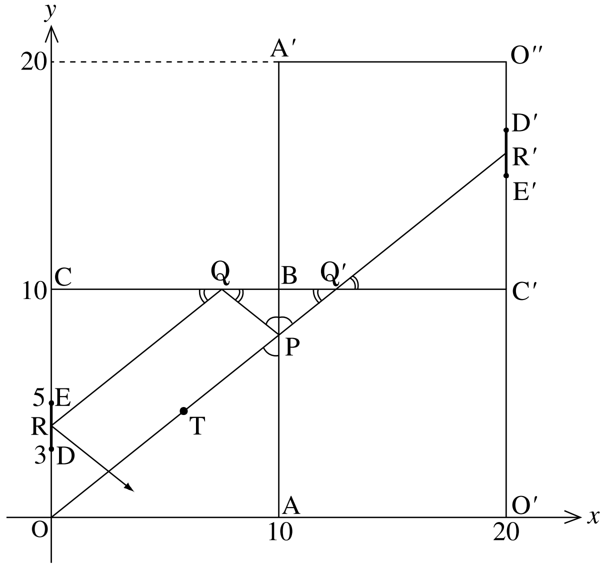
〔解説〕a が正より双曲線は第 1，3 象限を通るから，③か④のどちらかである.

次に，$xy=a$ より，a が 1 より大きいとき，この双曲線は x 座標，y 座標ともに 1 より大きい点を通るから，④

$\boxed{4}$ (1) $Q\left(\dfrac{15}{2},\ 10\right)$ (2) $\dfrac{3}{4} \leqq a \leqq \dfrac{17}{20}$

〔解説〕 正方形 OABC を辺 AB について対称に移動させたものを正方形 O′ABC′ とし，正方形 O′ABC′ を辺 BC′ について対称に移動させたものを正方形 O″A′BC′ とする．

次に，T の経路も辺 AB について，さらに辺 BC′ について対称に移動させると，反射するときにできる 2 つの角の大きさは等しいことから，点 O，P，Q′，R′ は下の図のように一直線上に並び，その直線が $y=ax$ である．



(1) $y=ax$ に P(10，8)を代入して，$y=\dfrac{4}{5}x$

Q′ の y 座標は 10 より，$10=\dfrac{4}{5}x$，$x=\dfrac{25}{2}$ $Q'\left(\dfrac{25}{2},\ 10\right)$

Q と Q′ は AB について対称なので，$BQ=BQ'=\dfrac{25}{2}-10=\dfrac{5}{2}$

よって，Q の x 座標は，$10-\dfrac{5}{2}=\dfrac{15}{2}$ $Q\left(\dfrac{15}{2},\ 10\right)$

(2)　2 回の対称移動により，辺 OC 上の点 D と E はそれぞれ点 D′(20，17)，E′(20，15)へ移動する．よって，点 R′ が線分 D′E′ 上にあればよい．

点 R′ が点 E′ と一致するとき，15＝20a より，$a=\dfrac{3}{4}$

点 R′ が点 D′ と一致するとき，17＝20a より，$a=\dfrac{17}{20}$

よって，$\dfrac{3}{4}\leqq a\leqq\dfrac{17}{20}$

§7　連立方程式

$\boxed{1}$　(1)　$x=60$，$y=-29$　　(2)　$x:y=17:24$

〔解説〕(1)　$\begin{cases} 19x+37y=67 \cdots\cdots ① \\ 13x+25y=55 \cdots\cdots ② \end{cases}$

①＋②　$32x+62y=122$ より，$16x+31y=61$ ……③

①－②　$6x+12y=12$ より，$x=2-2y$ ……④

③に④を代入して，$32-32y+31y=61$

$y=-29$

④に代入して，$x=60$

(2)　$\begin{cases} 320x+117y=2 \cdots\cdots ① \\ 100x+101y=1 \cdots\cdots ② \end{cases}$

定数をそろえる．

②×2　$200x+202y=2$ ……③

①の左辺＝③の左辺＝2 より，

$320x+117y=200x+202y$

$120x=85y$

$x=\dfrac{17}{24}y$

よって，$x:y=\dfrac{17}{24}y:y=17:24$

$\boxed{2}$　(1)　$x:y:z=3:2:1$　　(2)　$k=2,\ 3$

〔解説〕(1)　$\begin{cases} 3x-4y-z=0 \cdots\cdots ① \\ x-2y+z=0 \quad \cdots\cdots ② \end{cases}$

①＋②　$4x-6y=0$ より，$y=\dfrac{2}{3}x$

①－②×2　$x-3z=0$ より，$z=\dfrac{1}{3}x$

$x:y:z=x:\dfrac{2}{3}x:\dfrac{1}{3}x=3:2:1$

(2)　k を定数と考えてこの連立方程式を解くと，

$x=-3k+10$，$y=4k-5$

x が正の数になるのは $k=1$，2，3 のときである．

$k=1$ のとき，$x=7$，$y=-1$

$k=2$ のとき，$x=4$，$y=3$

$k=3$ のとき，$x=1$，$y=7$

よって，y も正の整数になるような k の値は，$k=2$，3

$\boxed{3}$　-15

〔解説〕比例定数を a とおくと，$xy=a$

$\begin{cases} 3(3+p)=a \\ 5(5+p)=a \end{cases}$ より a を消去して，$9+3p=25+5p$ より，$p=-8$

よって，$a=3\times(3-8)=-15$

$\boxed{4}$　毎時 12km

〔解説〕　船の静水時の速さを毎時 x km，川の流れの速さを毎時 y km とする．

上りには $\dfrac{20}{60}=\dfrac{1}{3}$(時間)流されていたので，$\dfrac{1}{3}y$ (km)余分に進んでいる．

また，船の速さは，上りでは毎時$(x-y)$km，下りでは毎時$(x+y)$km，上りにかかった時間と下りにかかった時間の比は 7：4 だから，上りにかかった時間は$\left(4-\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{7}{7+4}=\dfrac{7}{3}$時間，下りにかかった時間は$\left(4-\dfrac{1}{3}\right)\times\dfrac{4}{7+4}=\dfrac{4}{3}$時間である．

$$\begin{cases}(x-y)\times\dfrac{7}{3}=20+\dfrac{1}{3}y \\ (x+y)\times\dfrac{4}{3}=20\end{cases}$$ より，x＝12，y＝3

$\boxed{5}$ 1320 人

〔解説〕男女の志願者数をそれぞれ x 人，y 人とする．

合格者 210 人を 3 : 4 に分けると，$210\times\dfrac{3}{7}$＝90(人)，$210\times\dfrac{4}{7}$＝120(人)であるから，不合格者の男女の人数はそれぞれ(x－90)人，(y－120)人である．

$$\begin{cases}x : y=5 : 7 \\ (x-90) : (y-120)=46 : 65\end{cases}$$ より，x＝550，y＝770

よって，550＋770＝1320(人)

§8　方程式と不等式

$\boxed{1}$ (1)　－4≦p＜－3　　(2)　a＝4，b＝7　　(3)　0＜a≦1

〔解説〕(1)　x＝2，1，0，－1 になればよいので，

－2≦p＋2＜－1

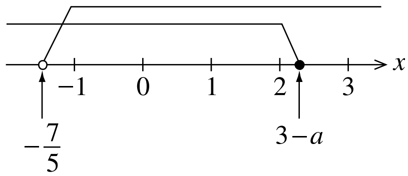
$$\begin{cases}-2\leqq p+2 \\ p+2<-1\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}p\geqq -4 \\ p<-3\end{cases}$$ より，－4≦p＜－3

(2)　$$\begin{cases}5x-a<11 \\ x-b<3(x-3)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x<\dfrac{11+a}{5} \\ x>\dfrac{9-b}{2}\end{cases}$$ から，$\dfrac{9-b}{2}<x<\dfrac{11+a}{5}$ より，

$\dfrac{11+a}{5}$＝3，$\dfrac{9-b}{2}$＝1 を解いて，a＝4，b＝7

(3) $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{3} < \dfrac{3x-1}{2} \\ 4x+3 \geqq 5x+a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\dfrac{7}{5} \\ x \leqq 3-a \end{cases}$ から，$-\dfrac{7}{5} < x \leqq 3-a$

$-\dfrac{7}{5} = -1.4$ より，整数 x は -1, 0, 1，2 の 4 つである．



よって，$2 \leqq 3-a < 3$ $\Rightarrow \begin{cases} 2 \leqq 3-a \\ 3-a < 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leqq 1 \\ a > 0 \end{cases}$ より，$0 < a \leqq 1$

$\boxed{2}$ (1) $(x,\ y)=(9,\ 6)$ (2) $a=-2$

〔解説〕(1) $2x+3y=36$ より，$y=12-\dfrac{2}{3}x$ ……①

これを $2x<4y<3x$ に代入して，

$$2x < 48-\frac{8}{3}x < 3x$$

$\begin{cases} 2x < 48-\dfrac{8}{3}x \\ 48-\dfrac{8}{3}x < 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < \dfrac{72}{7} = 10\dfrac{2}{7} \\ x > \dfrac{144}{17} = 8\dfrac{8}{17} \end{cases}$ から，$8\dfrac{8}{17} < x < 10\dfrac{2}{7}$ より，$x=9$，10

①より，x は 3 の倍数だから，$x=9$

$x=9$ のとき $y=6$ $(x,\ y)=(9,\ 6)$

(2) $\begin{cases} 4x-2y=5 \\ -x+3y=a \end{cases}$ から y を消去して，$x=\dfrac{15+2a}{10}$

$x \geqq 1$ より，$\dfrac{15+2a}{10} \geqq 1$ を解いて，$a \geqq -\dfrac{5}{2}$ より，一番小さい整数 a は -2

$\boxed{3}$ (1) 2　　(2) 最小のもの：30，最大のもの：41

〔解説〕(1) 分子を x とすると，

$$\frac{1}{6}<\frac{x}{7}<\frac{5}{6}$$

両辺×7

$$\frac{7}{6}<x<\frac{35}{6}$$

$\frac{7}{6}=1\frac{1}{6}$，$\frac{35}{6}=5\frac{5}{6}$ より，$x=2$，3，4，5

よって，$\frac{2+3+4+5}{7}=\frac{14}{7}=2$

(2) 求める数を x とおくと，

$$2.5 \leqq \frac{x}{12}<3.5$$

$30 \leqq x<42$　　よって，最小の x は 30，最大の x は 41 である．

$\boxed{4}$ (1) 34　　(2) りんご：8 個，みかん：5 個，なし：2 個

〔解説〕(1) $6(10a+b+30)=100a+80+b$

$$b=8a-20$$

$a=1$ のとき $b=-12$ ×　　$a=2$ のとき $b=-4$ ×

$a=3$ のとき $b=4$　　$a=4$ のとき $b=12$ ×

よって，34

(2) りんご，みかん，なしをそれぞれ x 個，y 個，z 個とする．

$$\begin{cases}300x+100y+200z=3300\\200x+60y+150z=2500-300\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}3x+y+2z=33 & \cdots\cdots ①\\20x+6y+15z=220 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

②－①×6　$2x+3z=22$

$$x=11-\frac{3}{2}z$$

x を最大にするには z を最小にしなければならない．

$z=2$ のとき $x=8$，これを①に代入して，$y=5$

5 (1)　17 人，35650 円　　(2)　$x=7$，$y=2$

〔解説〕(1)　人数を x 人とすると，記念品代は$(2000x+1650)$円

$$0<2100x-(2000x+1650)\leqq 100$$

$$\begin{cases}0<2100x-(2000x+1650)\\2100x-(2000x+1650)\leqq 100\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>\dfrac{33}{2}=16\dfrac{1}{2}\\x\leqq\dfrac{35}{2}=17\dfrac{1}{2}\end{cases}$$

から，$16\dfrac{1}{2}<x\leqq 17\dfrac{1}{2}$ より，$x=17$(人)

$$2000\times 17+1650=35650(\text{円})$$

(2)　600g は 300 円，2.4kg は 450 円である．

$$\begin{cases}600x+2400y\leqq 10000\\300x+450y=3000\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3x+12y\leqq 50\\x=10-\dfrac{3}{2}y\cdots\cdots①\end{cases}$$

代入して，$3\left(10-\dfrac{3}{2}x\right)+12y\leqq 50$

$$y\leqq\frac{8}{3}$$

①より y は 2 の倍数だから，$y=2$ のとき $x=7$

§9　合同

1 (1)　$\angle x=55°$　　(2)　$\angle x=55°$　　(3)　$\angle x=38°$　　(4)　$\angle x=24°$

〔解説〕(1)　○$=a$，×$=b$ とおく．

$$70°+180°-2a+180°-2b=180°$$

$$2a+2b=250°$$

$$a+b=125°$$

$$\angle x=180°-125°=55°$$

(2)　○$=a$，×$=b$ とおく．

$$50°+2a=60°+2b=x+a+b$$

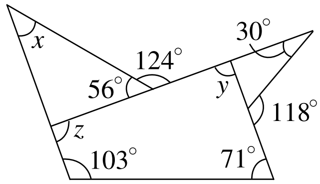
まとめて，$x=50°+a-b$ ……①

$x=60°-a+b$ ……②

①＋②　$2x=110°$

よって，$\angle x=55°$

(3)　右の図のように線分をのばし，$\angle y$，z をおく．



$\angle y = 62° + 30° = 92°$

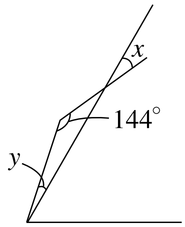
$\angle z = 360° - (71° + 92° + 103°) = 94°$

よって，$\angle x = 94° - 56° = 38°$

(4)　正十角形の 1 つの内角は，

$180° \times (10-2) \div 10 = 144°$

右の図のように$\angle y$ をおく．



$\angle y = 144° \div 2 - 60° = 12°$

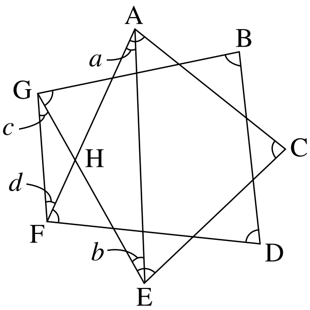
$\angle x = 180° - (12° + 144°) = 24°$

$\boxed{2}$　540°

〔解説〕 右の図のように，A～H の点をとると，△HAE と△HGF の内角の和から，$a + b = c + d$ である．

よって，印のついた角の和は，△AEC の内角の和と四角形 GFDB の内角の和の合計だから，

$180° + 360° = 540°$



$\boxed{3}$　③の錯角が間違い

〔解説〕 平行なのは AD と BC であって，AB と CD ではない．

この場合，

$\angle$BAD＝$\angle$DCB (仮定)，$\angle$ADB＝$\angle$CBD (錯角)

より，3 角形の 2 角が等しいから，残りの角も等しいので，

$\angle$ABD＝$\angle$CDB

としなければならない．

$\boxed{4}$ (証明) △ADE と△CDE において，

AD＝CD (正方形 ABCD) ……①

∠ADE＝∠CDE＝45° (BD は正方形 ABCD の対角線) ……②

DE＝DE (共通な辺) ……③

①～③より，2 辺夾角相等から，

△ADE≡△CDE

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいから，

∠EAD＝∠ECD ……④

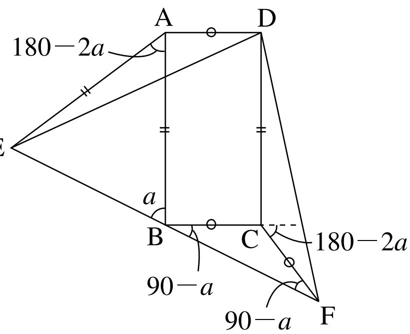
また，AD // BF より，

∠EFC＝∠EAD (錯角) ……⑤

④，⑤より，

∠EFC＝∠ECD (証明終)

$\boxed{5}$ (証明) △AED と△CDF において，



仮定より，AE＝AB

また，四角形 ABCD は長方形だから，

AB＝CD

よって，AE＝CD ……①

同様にして，AD＝CF ……②

ここで，∠ABE＝a°とおくと，∠EAB＝$(180-2a)$°より，

∠EAD＝$180-2a+90=(270-2a)$° ……③

次に，∠CBF＝∠CFB＝$180-90-a=(90-a)$°より，∠BCF の外角は，$(180-2a)$°だから，

∠DCF＝$90+180-2a=(270-2a)$° ……④

③，④より，∠EAD＝∠DCF ……⑤

①，②，⑤より，2 辺夾角相等から，

△AED≡△CDF

合同な三角形の対応する辺の長さは等しいから，

ED＝DF (証明終)

6 (証明) ∠ABD＋∠CBD＝90°，∠BCD＋∠CBD＝90°より，

∠ABD＝∠BCD ……①

仮定より，∠BAE＝∠CAE ……②

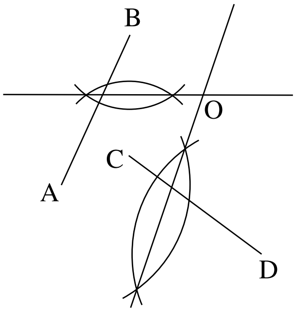
外角の定理より，∠BEF＝∠CAE＋∠BCD ……③

∠BFE＝∠BAE＋∠ABD ……④

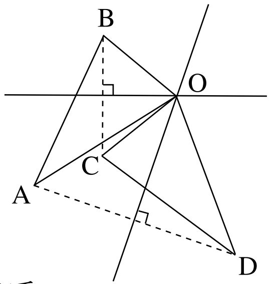
①～④より，∠BEF＝∠BFE

よって，△BEF は二等辺三角形だから，BE＝BF である．　(証明終)

7 (1)



(2) (証明) △AOB と△DOC において，



AD の垂直二等分線より，OA＝OD ……①

BC の垂直二等分線より，OB＝OC ……②

AB＝DC (仮定) ……③

①～③より，3 辺相等から，

△AOB≡△DOC

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいので，

∠AOB＝∠DOC ……④

また，∠AOD＝∠AOC＋∠DOC ……⑤

∠BOC＝∠AOC＋∠AOB ……⑥

④～⑥より，∠AOD＝∠BOC

よって，点 O が回転の中心である．　(証明終)

〔解説〕(1)　AD の垂直二等分線と BC の垂直二等分線の交点が O である．

$\boxed{8}$　$\dfrac{29}{2}\text{cm}^2$

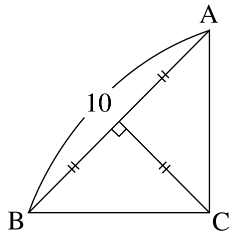
〔解説〕　△ACE≡△BCD (2 辺夾角相等) より，

△ABC＝△ADC＋△BCD＝△ADC＋△ACE＝四角形 ADCE

∠CBA＝∠CAE＝45°より，∠DAE＝90°

△ADE＝$\dfrac{1}{2}\times3\times7=\dfrac{21}{2}(\text{cm}^2)$

△ABC＝$\dfrac{1}{2}\times10\times5=25(\text{cm}^2)$



よって，

△EDC＝四角形 ADCE－△ADE

$=\dfrac{29}{2}(\text{cm}^2)$

$\boxed{9}$　(1)　90°　　(2)　30°

〔解説〕(1)　BE＝EO より，∠BOE＝∠OBC＝15°，∠OEC＝15°＋15°＝30°より，

△OEC は EO＝CO の二等辺三角形である．

また，AO＝CO より AO＝EO となり，△OAE は二等辺三角形である．

∠AOE＝30°＋30°＝60°

∠OEA＝(180°－60°)×$\dfrac{1}{2}$＝60°

よって，∠AEB＝180°－(60°＋30°)＝90°

(2)　(1)より，△OAE は正三角形だから，

AE＝EO＝BE

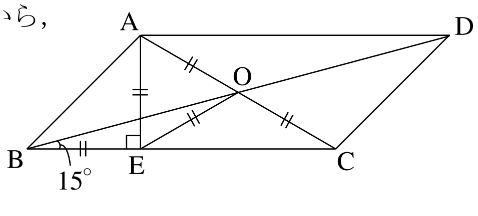
よって，△ABE は直角二等辺三角形だから，

∠ABE＝45°

∠ABD＝45°－15°＝30°

AB // DC より，錯角は等しいので，

∠BDC＝∠ABD＝30°



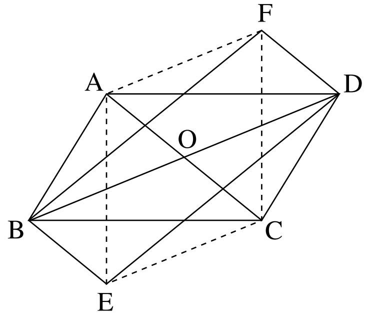
１０　(証明)　▱ABCD の対角線 AC，BD の交点を O とすると，

AO＝CO，BO＝DO ……①

また, O は▱BEDF の対角線の中点だから,

EO＝FO ……②

①，②より，対角線がそれぞれの中点で交わるから，四角形 AECF は平行四辺形である．



(証明終)

１１　(1)　△AEF

(証明)　△ABE と△FCE において,

AB＝FC (＝DC) ……①

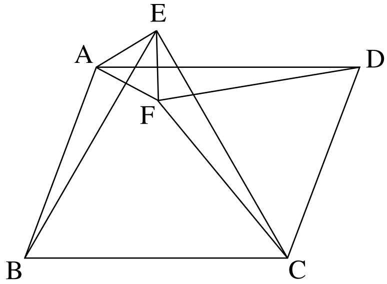
BE＝CE ……②

∠ABE＝∠ABC－60° ……③

∠FCE＝∠BCE＋∠FCD－∠BCD

＝60°＋60°－(180°－∠ABC)

＝∠ABC－60° ……④



③，④より，∠ABE＝∠FCE ……⑤

①，②，⑤より，２辺夾角相等から,

△ABE≡△FCE

よって，AE＝FE ……⑥

次に，△ABE と△FDA においても同様に,

△ABE≡△FDA

よって，AE＝FA ……⑦

⑥，⑦より，AE＝FE＝FA

したがって，△AEF は正三角形である．　(証明終)

(2)　△EBF

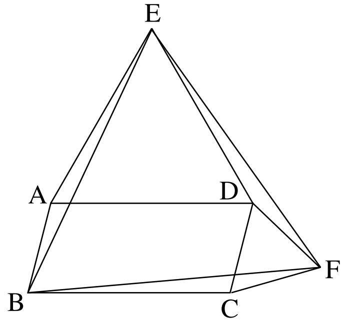
(証明)　△ABE と△CFB において,

AB＝CF (＝DC) ……①

AE＝CB (＝AD) ……②

∠BAE＝∠BAD＋∠DAE

＝∠BAD＋60° ……③



$\angle$FCB＝$\angle$BCD＋$\angle$DCF

＝$\angle$BCD＋60° ……④

$\angle$BAD＝$\angle$BCD (▱ABCD の対角) ……⑤

③〜⑤より，$\angle$BAE＝$\angle$FCB ……⑥

①，②，⑥より，2 辺夾角相等から，

△ABE≡△CFB

よって，BE＝FB ……⑦

次に，△CFB と△DFE において，

CF＝DF ……⑧

CB＝DE (＝AD) ……⑨

$\angle$FDE＝360°－$\angle$CDF－$\angle$ADE－$\angle$ADC

＝360°－60°－60°－(180°－$\angle$BCD)

＝$\angle$BCD＋60° ……⑩

④，⑩より，$\angle$FCB＝$\angle$FDE ……⑪

⑧，⑨，⑪より，2 辺夾角相等から，

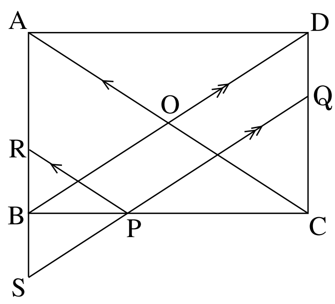
△CFB≡△DFE

よって，FB＝FE ……⑫

⑦，⑫より，BE＝FB＝FE

したがって，△EBF は正三角形である．　(証明終)

$\boxed{12}$ (証明)　PQ と AB の延長の交点を S とする．



△PRB と△PSB において，

長方形 ABCD より，OB＝OC だから，

$\angle$OCB＝$\angle$OBC ……①

AC∥RP，BD∥PQ より，

$\angle$OCB＝$\angle$RPB ……②

$\angle$OBC＝$\angle$QPC ……③

対頂角より，

$\angle$QPC＝$\angle$SPB ……④

①〜④より，$\angle$RPB＝$\angle$SPB ……⑤

$\angle$PBR＝$\angle$PBS＝90° (仮定) ……⑥

BP＝BP (共通な辺) ……⑦

⑤〜⑦より，2 角夾辺相等から，

△PRB≡△PSB

よって，PR＝PS ……⑧

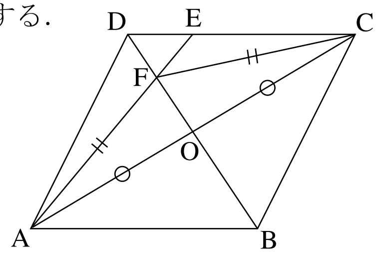
次に，BD // SQ，BS // DQ より，2 組の対辺が平行だから，四角形 BSQD は平行四辺形である．

BD＝SQ ……⑨

⑧，⑨より，PQ＋PR＝PQ＋PS＝SQ＝BD (＝一定)

したがって，PQ＋PR は一定である．(証明終)

１３ (証明)　対角線 AC をひき，BD との交点を O とする．



△AFO と△CFO において，

AF＝CF (仮定)

AO＝CO (▱ABCD) ……①

FO＝FO (共通な辺)

より，3 辺相等から，

△AFO≡△CFO

よって，∠AOF＝∠COF ……②

また，∠AOC＝180° ……③

②，③より，FO⊥AC ……④

①，④より，点 D は線分 AC の垂直二等分線上の点である．

よって，AD＝CD

となり合う 2 辺が等しいので▱ABCD はひし形である．(証明終)

１４　x＝40

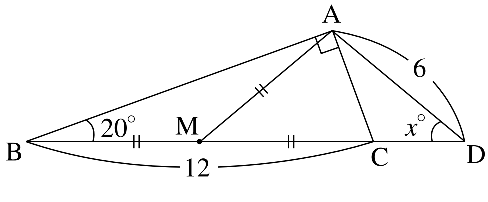
〔解説〕 BC の中点を M とし，A と M を結ぶと，∠BAC＝90°より，

AM＝BM＝CM＝6

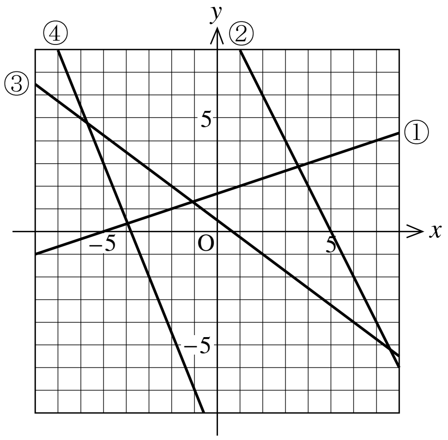
よって，AM＝AD

∠ADM＝∠AMD＝20°＋20°

＝40°



$\boxed{1}$



〔解説〕それぞれの直線が通る 1 点が見つかれば，あとは傾きから直線をひくことができる．

① (1，2)を通る．

② (1，8)を通る．

③ (−2，2)を通る．

④ (−3，−2)を通る．

$\boxed{2}$ (1) 負　　(2) ④

〔解説〕(1)　$y=ax+b$ において，$x=-1$ のときの y の値が $b-a$ より，$x=-1$ のときの y 座標を調べると第 3 象限にあるから，符号は負である．

(2)　$ab>0$ より，$a>0$，$b>0$ または，$a<0$，$b<0$

これより，①か④のどちらかになる．

$y=ax+b$ において，$x=1$ のときの y の値が $a+b$ より，$x=1$ のとき第 4 象限を通る直線を探せばよいので，④になる．

$\boxed{3}$ $P\left(0,\ \dfrac{13}{4}\right)$

〔解説〕 A(1，4)と y 軸対称の点を A′ とすると，A′(−1，4)

PA＋PB＝PA′＋PB より，P が直線 A′B 上にくるとき最短になる．

直線 A′B の式は $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{13}{4}$ より，P の座標は $\left(0,\ \dfrac{13}{4}\right)$ である．

$\boxed{4}$ (1) a：負，b：正　(2) l：③，m：①，n：②

〔解説〕(1) ①より，$y=-\frac{1}{a}x+\frac{2b}{a}$ ……①′

②より，$y=-ax+b$ ……②′

③より，$y=3ax+2b-1$ ……③′

傾きの符号が同じものは①′と②′であり，グラフから l，m，n の傾きは負，正，正である．よって，$-\frac{1}{a}$，$-a$ の符号がともに正だから，$a<0$ である．

よって，l が③′だから切片は正であるので，$2b-1>0$ より，$b>\frac{1}{2}$ となり，$b>0$ である．

(2) $a<0$，$b>0$ より，②′は傾きが正で切片も正だから n になる．

よって，l が③，m が①，n が②である．

$\boxed{5}$ $a=\frac{3}{4}$，$b=-1$，$p=1$，$q=\frac{3}{2}$，$r=3$

〔解説〕 Ⓐより，$y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}$ ……Ⓐ′

Ⓑより，$y=-\frac{a}{b}x$ ……Ⓑ′

Ⓒより，$y=-\frac{p}{q}x-\frac{r}{q}$ ……Ⓒ′

Ⓓより，$y=-2px-2b$ ……Ⓓ′

次に，①の式は，$y=-\frac{2}{3}x-2$

②の式は，$y=-2x+2$

③の式は，$y=\frac{3}{4}x+3$

④と③は平行だから，④の式は $y=\frac{3}{4}x$

Ⓑ′と④は原点を通るので，Ⓐ′が③，Ⓑ′が④である．

よって，$-\frac{a}{b}=\frac{3}{4}$，$-\frac{3}{b}=3$ より，$a=\frac{3}{4}$，$b=-1$

$b=-1$ よりⒹ′の切片が 2 だから，Ⓓ′が②である．

よって，$-2p=-2$ より，$p=1$

残りの©′が①だから，$-\dfrac{p}{q}=-\dfrac{2}{3}$，$-\dfrac{r}{q}=-2$ より，$q=\dfrac{3}{2}$，$r=3$

$\boxed{6}$ ④

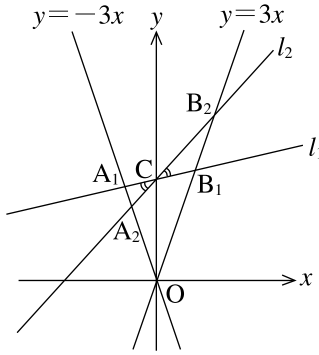
〔解説〕 右の図で，$\angle A_1CA_2=\angle B_1CB_2$，$A_1C<B_1C$，$A_2C<B_2C$ だから，$\triangle CB_1B_2$ の面積は$\triangle CA_1A_2$の面積より大きくなる．

$\triangle OA_1B_1=\triangle CA_1A_2+$四角形 A_2OB_1C

$\triangle OA_2B_2=\triangle CB_1B_2+$四角形 A_2OB_1C

よって，$\triangle OA_2B_2$ は$\triangle OA_1B_1$ より面積が大きくなる．

つまり, 直線 l の傾きが 3 に近づくほど$\triangle OAB$の面積は大きくなる．



$\boxed{7}$ (1) $a=-\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{1}{2}$，2 (2) (3，4)

〔解説〕(1) 3 直線で三角形ができないのは，以下の場合である．

① 2 直線が平行 ② 3 直線が 1 点で交わる

3 直線の式はそれぞれ，$y=2x+5$，$y=-\dfrac{3}{2}x-2$，$y=ax+2$

$y=2x+5$ と $y=ax+2$ が平行な場合，$a=2$

$y=-\dfrac{3}{2}x-2$ と $y=ax+2$ が平行な場合，$a=-\dfrac{3}{2}$

$y=2x+5$ と $y=-\dfrac{3}{2}x-2$ の交点が$(-2,\ 1)$より，これを $y=ax+2$ に代入して，$a=\dfrac{1}{2}$

よって，$a=-\dfrac{3}{2}$，$\dfrac{1}{2}$，2

(2)　(1，－2)，(－3，2)はどちらも $x+y=-1$ 上の点である．

よって，もう 1 つの頂点は $x-ay=-9$ と $ax-y=5$ の交点である．

①　$x-ay=-9$ が(1，－2)，$ax-y=5$ が(－3，2)を通るとき，

$$\begin{cases} 1+2a=-9 \\ -3a-2=5 \end{cases}$$ 一致しないので不適．

②　$x-ay=-9$ が(－3，2)，$ax-y=5$ が(1，－2)を通るとき，

$$\begin{cases} -3-2a=-9 \\ a+2=5 \end{cases}$$ より，$a=3$

よって，$x-3y=-9$ と $3x-y=5$ の交点の座標は，(3，4)

$\boxed{8}$　(1)　$y=-\dfrac{3}{2}x+9$　　(2)　D(12，－9)

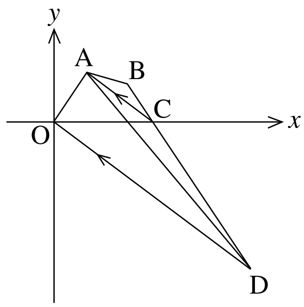
〔解説〕(2)　　四角形 OABC＝△OAC＋△ABC

△ABD＝△ACD＋△ABC

四角形 OABC＝△ABD より，△OAC＝△ACD

したがって，AC//OD である．

直線 AC の傾きは $-\dfrac{3}{4}$ より，直線 OD の式は，$y=-\dfrac{3}{4}x$



よって，直線 BC と OD の交点の座標 D は，(12，－9)である．

$\boxed{9}$ (1) ① $-15+t$　② $-15+\frac{7}{3}t$　(2) 11 秒後

〔解説〕(1) ① A(－15，0)より，t 秒後の P の x 座標は，$-15+t$

② $x=-15+t$ を $y=\frac{4}{3}x+20$ に代入して，$y=\frac{4}{3}t$　Q$\left(-15+t,\ \frac{4}{3}t\right)$

PQ＝PR より，R の x 座標は，$-15+t+\frac{4}{3}t=-15+\frac{7}{3}t$

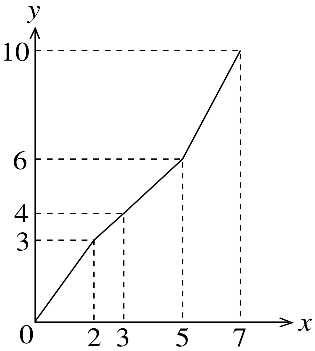
(2) 直線 BC 上に S がくればよい.

直線 BC の式は $y=-\frac{1}{2}x+20$，S$\left(-15+\frac{7}{3}t,\ \frac{4}{3}t\right)$ より，

$$\frac{4}{3}t=-\frac{1}{2}\left(-15+\frac{7}{3}t\right)+20$$

$$t=11$$

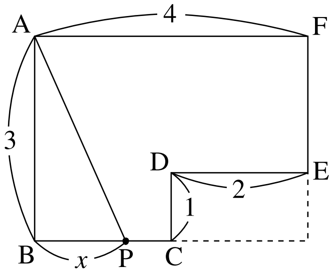
$\boxed{10}$ (1)



(2) $x=\frac{7}{3}$，$\frac{16}{3}$

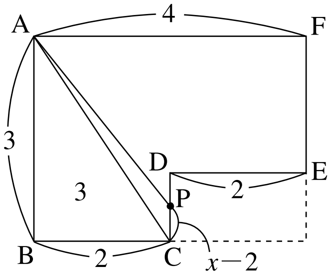
〔解説〕(1) ① $0\leqq x\leqq 2$ (BC 上) のとき

$$y=\frac{1}{2}\times 3\times x=\frac{3}{2}x$$



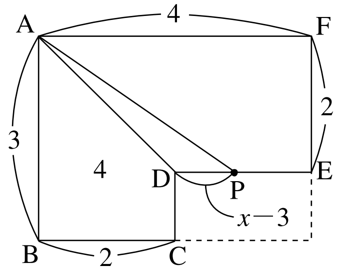
② $2\leqq x\leqq 3$ (CD 上) のとき

$$y=3+\frac{1}{2}\times(x-2)\times 2=x+1$$



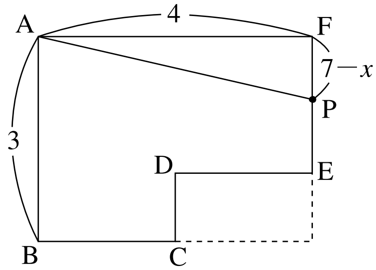
③　$3 \leqq x \leqq 5$ (DE 上) のとき

$$y = 4 + \frac{1}{2} \times (x-3) \times 2 = x+1$$



④　$5 \leqq x \leqq 7$ (EF 上) のとき

$$y = 10 - \frac{1}{2} \times (7-x) \times 4 = 2x-4$$



(2)　六角形 ABCDEF＝10cm^2 より，

$y = 10 \times \dfrac{1}{1+2} = \dfrac{10}{3}$ のとき，②より，$x+1 = \dfrac{10}{3}$ から，$x = \dfrac{7}{3}$

$y = 10 \times \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{20}{3}$ のとき，④より，$2x-4 = \dfrac{20}{3}$ から，$x = \dfrac{16}{3}$