訂正 22.06.18

数学 EX　Ⅰ－Ⅰ　解答解説集

§1　式の計算(1)

1－1　$a\neq 0$，$b\neq 0$，$m>0$，$n>0$ のとき，

$$a^m\times a^n=a^{m+n} \qquad (a^m)^n=a^{mn}$$

$$a^m\div a^n=\begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases} \qquad (ab)^m=a^m b^m$$

1－2　(1)　単項式：①と④　多項式：②と③と⑤と⑥
(2)　①　1次　②3次　③8次　④1次　⑤6次　⑥2次
(3)　aについて：5次　bについて：2次
※基本事項「3.定義の確認」参照

1－3　(1) a^5　(2) a^6　(3) a^2　(4) $\dfrac{1}{a^2}$　(5) a^7b^7

(6) 1　(7) a^4　(8) -1　(9) $\dfrac{1}{a^2}$　(10) $-xy^2$

※例題 1.1(1)に対応しています。

1－4　(1)① $6x^2-15xy$　② $-4a^2+8ab-4ac$　③ $-6x^2yz+4xy^2z-\dfrac{12}{5}xyz^2$

④ $-3a^3+9ab^2$　⑤ $-\dfrac{2}{3}xy+y^4$　⑥ $8x-\dfrac{4y}{x}+\dfrac{2z}{3x}$

(2)① $3a-2b$　② $3x+8y$　③ $\dfrac{7x+11y}{6}$　④ $\dfrac{-17x+10y}{12}$

※例題 1.1(2)に対応しています。

1－5　(1) $3b^3$　(2) $\dfrac{9}{2}xy$　(3) $-\dfrac{16}{x}$　(4) $-2x^3y$　(5) $2x^5y^2$　(6) $-6x^6y^2z^3$

※ヒント：各々の問題で、(ⅰ)符号のみ、(ⅱ)係数のみ、(ⅲ)各文字の指数のみを分けて計算してみるとミスが減るかもしれませんね。

1－6　(1)　①－3　②72　(2)　①$4x+11y+11$　②$-19x-5y-28$

※例題 1.1(3)に対応しています。

1－7　(1)　①　$(2\times3)^7\div(3^2)^4\div(2^3)^3=\dfrac{2^7\times3^7}{3^8\times2^9}=\dfrac{1}{2^2\times3}=\dfrac{1}{12}$

②　$(2\times5)^4\times17\times5=10000\times85=850000$

(2)　$\left.\begin{array}{l}3^{30}=(3^3)^{10}=27^{10}\\4^{25}=(2^2)^{25}=2^{50}=(2^5)^{10}=32^{10}\\5^{20}=(5^2)^{10}=25^{10}\end{array}\right\}$よって，小さい順に並べると，$5^{20}$，$3^{30}$，$4^{25}$

(3)　(与式)$=(3^{20}+3^{15}\times3^4)\div2^2-3^3\times3^{16}$

$=(3\times3^{19}+3^{19})\div2^2-3^{19}$

$=(3+1)\times3^{19}\div4-3^{19}$

$=3^{19}-3^{19}$

$=0$

(4)　(与式)$=2^{2003}+2^{2003}+2\times2^{2003}+2^2\times2^{2003}$

$=(1+1+2+4)\times2^{2003}$

$=2^3\times2^{2003}$

$=2^{2006}$　　　　よって，□＝2006

1－8　①　$m<n$ のとき，$m-n<0$

$a^m\div a^n=a^{m-n}=a^{-(n-m)}=\dfrac{1}{a^{n-m}}$

よって，$a^{-2}=\dfrac{1}{a^2}$

②　$m=n$ のとき，$m-n=0$

$a^m\div a^n=a^{m-n}=a^0=1$

§2　式の計算(2)

2−1　(1)　$a=\dfrac{c}{b}$　(2)　$x=\dfrac{12-y}{3}$　(3)　$c=3a-2b$

(4)　$r=1-\dfrac{b}{a}$　(5)　$a=\dfrac{2S}{h}-b$　(6)　$a=\dfrac{5m-2b}{3}$

※例題 2.1(1)に対応しています。

2−2　(1)　$a=\dfrac{x-bc}{b+c}$　(2)　$z=\dfrac{xy}{x+y}$　(3)　$x=-\dfrac{y+1}{y-1}$　(4)　$b=\dfrac{a}{a-1}$

※最終的に逆数を取る必要がある問題です。ポイントは両辺を通分等して

一つの分数にしてしまうことです。

$\dfrac{1}{A}=\dfrac{y}{x}$ の形にできれば、$A=\dfrac{x}{y}$ と逆数が取りやすくなりますね。

(例) (1)　【与式】$\Leftrightarrow$　$x=a(b+c)+bc$　(aのある項とない項に分ける)

$\Leftrightarrow$　$a(b+c)=x-bc$

(aのある項ない項を右辺左辺に振り分け、(−1)をかける)

$\Leftrightarrow$　$a=\dfrac{x-bc}{b+c}$　(最後に$b+c$を割る)

(2)　【与式】$\Leftrightarrow$　$\dfrac{y}{xy}+\dfrac{x}{xy}=\dfrac{1}{z}$　(左辺を xy で通分)

$\Leftrightarrow$　$\dfrac{x+y}{xy}=\dfrac{1}{z}$　(左辺を一つの分数にして逆数を取る準備)

$\Leftrightarrow$　$z=\dfrac{xy}{x+y}$　(逆数をとって右辺と左辺を交換)

(3) 【与式】$\Leftrightarrow$ $y(x+1)=x-1$ (両辺を$(x+1)$でかけて扱いやすく)

$\Leftrightarrow$ $xy+y=x-1$ (カッコを外してxあるなしを分ける準備)

$\Leftrightarrow$ $xy-x=-y-1$ (xのある項ない項を右辺左辺に振り分け)

$\Leftrightarrow$ $x(y-1)=-y-1$ (xのある左辺をくくり、割り算準備)

$\Leftrightarrow$ $x=\dfrac{-y-1}{y-1}$ ($y-1$で割る…この解答でも OK)

$\Leftrightarrow$ $x=-\dfrac{y+1}{y-1}$ (分母のマイナスをくくり出して完成)

(4) 【与式】$\Leftrightarrow$ $a(b-1)=1+(b-1)$ (両辺に$(b-1)$でかけて扱いやすく)

$\Leftrightarrow$ $ab-a=b$ (カッコを外してbあるなしを分ける準備)

$\Leftrightarrow$ $ab-b=a$ (bのある項ない項を右辺左辺に振り分け)

$\Leftrightarrow$ $b(a-1)=a$ (bのある左辺をくくり、割り算準備)

$\Leftrightarrow$ $b=\dfrac{a}{a-1}$ ($(a-1)$で割る)

2－3 (1) $x=6-y$ (2) $a=\dfrac{360S}{\pi r^2}$ (3) $y=\dfrac{9z-5x}{4}$ (4) $a=\dfrac{200+b}{10}$

※ヒント：まずは問題文の指示通り、素直に式を立ててみましょう。

(1) $2x+2y=12$ (2) $S=\pi r^2\times\dfrac{a}{360}$ (3) $5x+4y=9z$

(4) $120a+200=130a-b$

特に(3)平均の問題は(男子総得点)＋(女子総得点)＝(クラス総得点)で立式するのが楽です。(4)過不足は会費総額から足すのか引くのかに注意して立式しましょう。

その後に等式変形を行うのが結果的にも速く解けます。

2－4 (1) m，nを整数とすると，2 つの奇数は$2m+1$，$2n+1$と表せるので，

$2m+1+2n+1=2m+2n+2=2(m+n+1)$

$m+n+1$は整数なので，奇数と奇数の和は偶数になる。

(2)　a，b を 1 桁の自然数とする。$A=10a+b$ とすると，$B=10b+a$

　$A+B=10a+b+10b+a=11a+11b=11(a+b)$

$a+b$ は整数なので，$A+B$ は 11 の倍数である。

(3)　a，b，c を 1 桁の整数とすると，3 桁の自然数は $100a+10b+c$ と表せる。

各位の和が 3 の倍数より，

　$a+b+c=3k$（k は整数）

とすると，

$$\begin{aligned}100a+10b+c&=99a+9b+a+b+c\\&=99a+9b+3k\\&=3(33a+3b+k)\end{aligned}$$

$33a+3b+k$ は整数なので，各位の和が 3 の倍数ならば，その自然数は 3 の倍数である。

2－5　(1)　3

※ヒント：$(10x+7)+(15y+11)=10x+15y+18=5(2x+3y+3)+3$ ですね。

(2) $\dfrac{3}{4}$ 倍

※ヒント：$V_1=\dfrac{1}{3}\pi r^2h, V_2=\dfrac{1}{3}\pi\times\left(\dfrac{1}{2}r\right)^2\times(3h)=\dfrac{1}{4}\pi r^2h$ より、$V_1:V_2$ を出してみましょう。

2－6　(1)　①　3 : 1　②　$\dfrac{11}{9}$　(2)　$\dfrac{3}{5}$　(3)　$-\dfrac{5}{3}$

※ヒント　(1)　移項により $2x=6y$ から $x:y=3:1$

(2)　通分して $\dfrac{x+y}{xy}=3$ から $x+y=3xy$ となるので、全ての $x+y$ を $3xy$ に置き換えてみましょう。

(3)　$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z}{6}=k$ と置くと、$\begin{cases}x=2k\\y=3k\\z=6k\end{cases}$ と、全ての文字が k で書き直せますよね。

2－7　(1)　$a+b+c=0$ より，$a+b=-c$

$$\frac{4c}{a+b}=\frac{4c}{-c}=-4$$

(2)　$\dfrac{4c}{a+b}=\dfrac{4a}{b+c}=\dfrac{4b}{c+a}=k$ とすると，

$4c=k(a+b)$ ……①

$4a=k(b+c)$ ……②

$4b=k(c+a)$ ……③

①＋②＋③　$4(a+b+c)=2k(a+b+c)$

$a+b+c\neq 0$ より，$k=2$

2－8　$9\times a=d$ より，くり上がりはないので，

$a=1$，$d=9$

$$\begin{array}{rrrrr} & a & b & c & d \\ \times & & & & 9 \\ \hline & d & c & b & a \end{array}$$

$9\times b=c$ でくり上がりはないので，

$b=1$ または 0

$$\begin{array}{rrrrr} & 1 & b & c & 9 \\ \times & & & & 9 \\ \hline & 9 & c & b & 1 \end{array}$$

$b=1$ のとき，$c=9$ となるが，$1199\times 9=10791\neq 9911$ より不可。

$b=0$ のとき，一の位から $9\times 9=81$ より 8 がくり上がって，十の位が 0 になるから，

$$\begin{array}{rrrrr} & 1 & 0 & c & 9 \\ \times & & & & 9 \\ \hline & 9 & c & 0 & 1 \end{array}$$

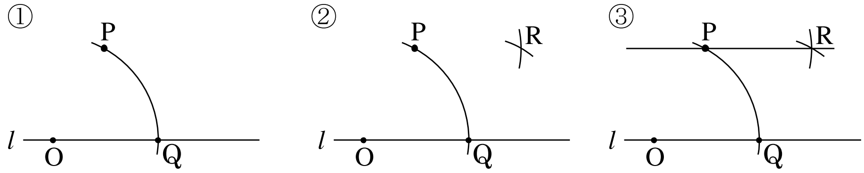
$9c+8=10c$

$c=8$

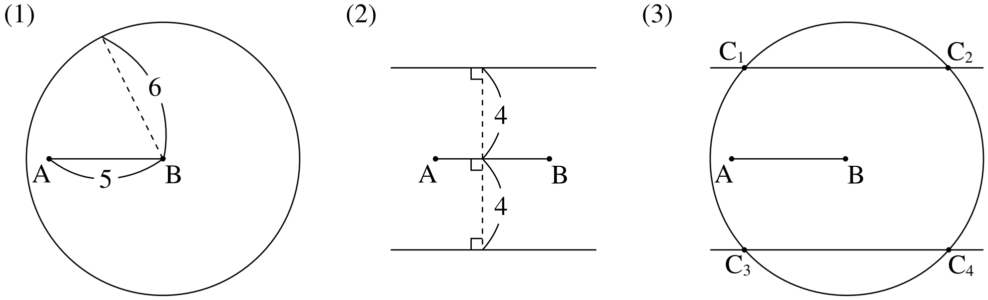
$1089\times 9=9801$ より，$a=1$，$b=0$，$c=8$，$d=9$

§3　平面図形

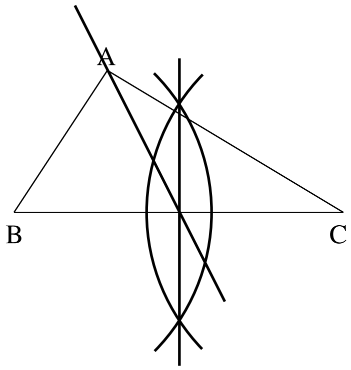
3－1　①　l 上の点 O を中心に半径 OP の円をひき，l との交点を Q とする。
　　　②　P，Q を中心とし，半径 OP の円をひき，O 以外の交点を R とする。
　　　③　P と R を結ぶと直線 PR は l に平行な直線である。
　　　　(四角形 OPRQ はひし形である)



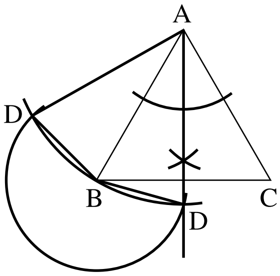
3－2　(1)　C は B を中心する半径 6cm の円周上にある。
　　　(2)　AB からの距離が 4cm の直線上にある。
　　　(3)　(1)，(2)の交点が C になるから，<u>4 通り</u>



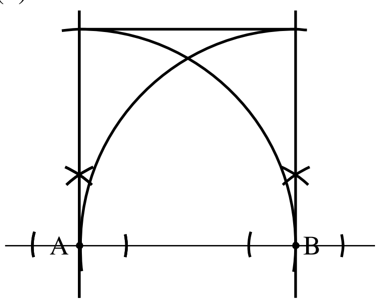
3－3　(1)



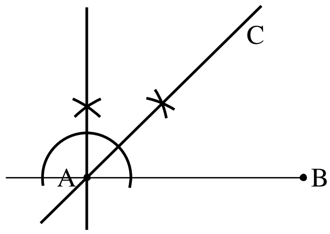
(2)



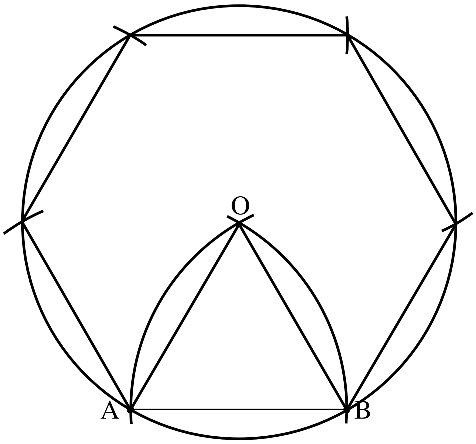
3－4　(1)



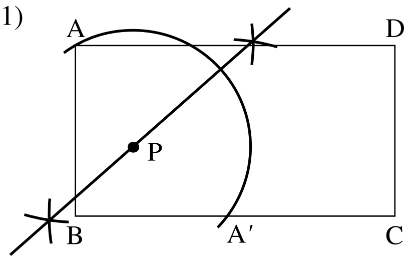
(2)



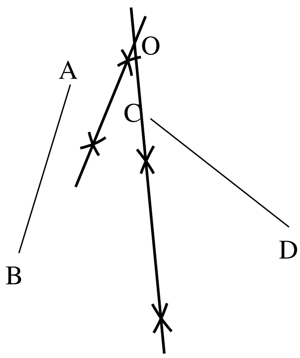
(3)



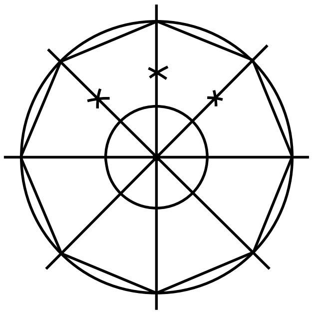
3－5　(1)



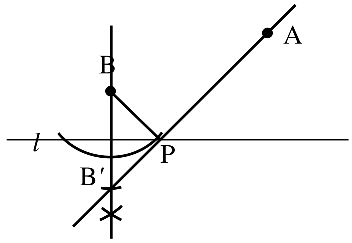
(2)



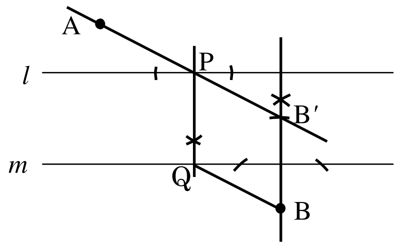
(3)



3－6　(1)



(2)



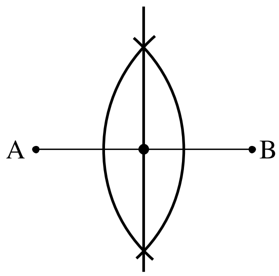
(3)　点 P の OX, OY に関する対称点 P′, P″をとり, P′と P″を結んだ直線と OY, OX との交点が PQ＋QR＋RP が最短となる Q，R となる。

∠P′OP″＝2×30°＝60°

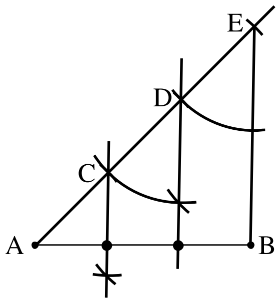
OP′＝OP＝OP″より，△OP′P″は正三角形である。

PQ＋QR＋RP＝P′P″＝OP′＝<u>6(cm)</u>

3－7　(1)

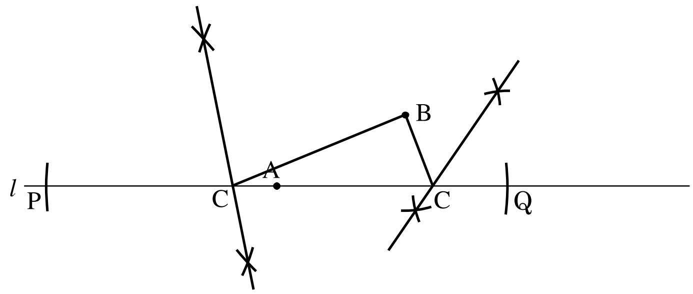


(2)



3－8　・A を通り半径 d の円と l との交点を P，Q とする。

・BP，BQ の垂直二等分線と l との交点が C である。



§4　1次方程式

4－1　(1) $x=-2$　(2) $x=2$　(3) $x=-3$　(4) $x=-1$　(5) $x=2$　(6) $x=-5$

※　例題 4.1(1)(2)に対応しています。

4－2　(1) $x=4$　(2) $x=-4$　(3) $x=-3$　(4) $x=\dfrac{1}{2}$　(5) $x=5$　(6) $x=1$

※　(カッコ)を正確に外すことができれば 4－1 と大差はありません。

4－3　(1) $x=-12$　(2) $x=\dfrac{4}{5}$　(3) $x=-\dfrac{20}{3}$　(4) $x=7$

(5) $x=3$　(6) $x=2$　(7) $x=-\dfrac{12}{5}$　(8) $x=5$

※　例題 4.1(3)に対応しています。
ここを学習すると，分数式の計算で分母を払ってしまう場合があります。
等式の性質から「両辺に同じ数・式をかけてよい」ことを確認しましょう。

4－4　(1) $x=5$　(2) $x=7$　(3) $x=\dfrac{25}{9}$　(4) $x=15$　(5) $x=2$　(6) $x=-6$

※ヒント　比の形で与えられた条件の場合は内項と外項の積が等しいことを利用しましょう。A : B＝C : D ならば、A×D＝B×C ということです。

4－5　(1) $a=3$　(2) $a=2$　(3) $a=-3$　(4) $a=-2$

※ヒント　難しく考える必要はなく、xに具体的な値を代入し、aについての方程式であると考えれば良いです。

4－6　(1) ① $A=8, B=-16$　② $A=2, B=2$　(2) $a=-4$　(3) $p=\dfrac{1}{2}$

※ヒント　(1)　A と B を具体的な式に置き換えてxを求めます。xを求められれば、それをもとに A と B の式の値を求めて完成です。

(2)　左の式の答えは出せますね。$x=-2$になるはずです。その$x=-2$を右の式に入れるとaについての方程式となりますね。

(3)　問題文より$x=3p$ですので、xを全て$3p$に書き直してpについての方程式となりますね。

4－7　(1)　1 行目→2 行目　移項のときに符号を変えていない。

$3x\underset{\sim}{-}8x=-14\underset{\sim}{-}6$
$-5x=-20$
$x=4$

(2)　2 行目→3 行目　$-2x$ は符号が逆（分配していない）

$5x-30-10+2x=30$

$7x=70$

$x=10$

(3)　1 行目→2 行目　2 が 10 倍されていない。

$20-8x=36+5x$

$-8x-5x=36-20$

$x=-\frac{16}{13}$

(4)　1 行目→2 行目　10 倍と 100 倍がバラバラになっている。

$50x-400=25x+100$

$25x=500$

$x=20$

(5)　1 行目→2 行目　右辺×100，左辺×10 になっている。

$2(3x-4)=10$

$6x-8=10$

$x=3$

(6)　1 行目→2 行目　右辺を 4 倍していない。

$\frac{4(2x-5)}{2}-\frac{4(x-2)}{4}=4$

$2(2x-5)-(x-2)=4$

$4x-10-x+2=4$

$x=4$

§5　空間図形

5－1　(1) 辺 DE、辺 GH、辺 JK　　(2) 辺 AG、辺 BH

(3) 辺 BC、辺 EF、辺 HI、辺 KL

(4) 辺 BH、辺 CI、辺 EK、辺 FL、辺 GH、辺 IJ、辺 JK、辺 LG

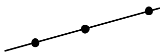
(5) 面 DJKE、面 GHIJKL　　(6) 面 ABCDEF、辺 GHIJKL

※例題 5.1 に対応しています。

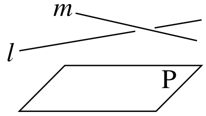
5－2　④と⑦

反例

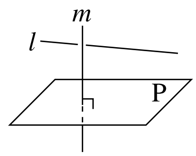
①



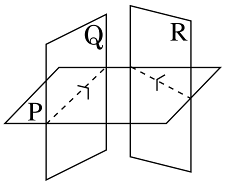
②



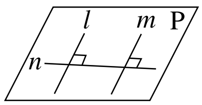
③



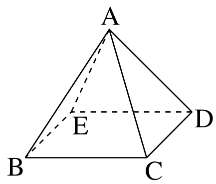
⑤



⑥



⑧



四角形 BCDE が長方形なら，

BC//DE，BE//CD

5－3　(1) $\frac{15}{2}$倍　(2) $300cm^3$　(3) $700\pi cm^3$

※例題 5.2 に対応しています。

5－4　(1) 辺 AB、辺 AD、辺 AC

(2) 辺 AD、辺 BE、辺 FD

※辺 BC は同一平面上にあるので EF とは延長線上で交わります。注意！

5－5　正三角形の 1 辺を a，高さを h，三角柱の高さを m とする。

P（底面 BCNM が台形の四角錐）

$$\left(\frac{m}{3}+\frac{m}{2}\right)\times a\times\frac{1}{2}\times h=\frac{5amh}{12}$$

R（底面 MEFN が台形の四角錐）

$$\left(\frac{2m}{3}+\frac{m}{2}\right)\times a\times\frac{1}{2}\times h=\frac{7amh}{12}$$

Q（△ADM が底面の三角錐）△ADM＝$\frac{1}{2}$長方形 ADEB

$$a\times m\times\frac{1}{2}\times h=\frac{amh}{2}$$

よって，

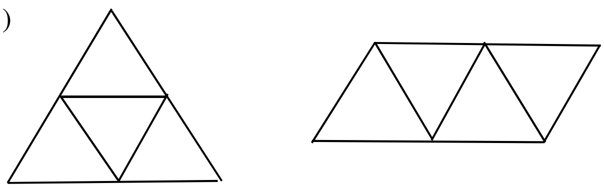
P：Q：R＝$\frac{5amh}{12}$ ： $\frac{amh}{2}$ ： $\frac{7amh}{12}$ ＝<u>5：6：7</u>

5－6

	正四面体	正六面体	正八面体	正十二面体	正二十面体
頂点の数	4	8	6	20	12
面の数	4	6	8	12	20
辺の数	6	12	12	30	30
面の形	正三角形	正方形	正三角形	正五角形	正三角形
1 つの頂点に集まる面の数	3	3	4	3	5

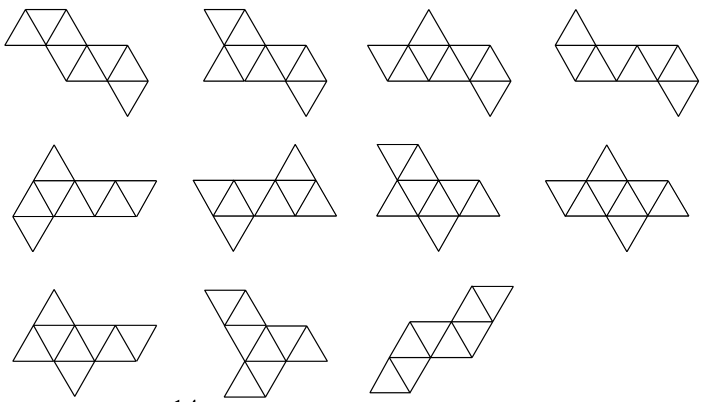
※例題 5.3 に対応しています。
p.30 の正多面体の図も併せて確認してみましょう。

5－7　(1)



(2)　ア、イ、キ

※正八面体の展開図は 11 種類ある。



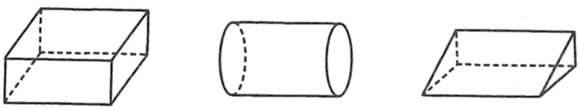
5－8　(1)①$16\pi cm^2$　②$304\pi cm^2$　(2)体積$288\pi cm^3$　表面積$144\pi cm^3$

(3)①1：1　②1：2：3　(4)①正八面体　②$\dfrac{1}{2}$倍

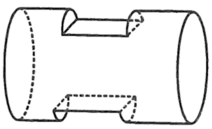
※ヒント　(1)　正確に展開図を描いてみましょう。
①側面のおう形は中心角 120°
②側面は横4π cm と横12π cm の「2 つ」あるはずです。
(2)　2－5(2)も参照しましょう。
(3)　切った角の切り口は表面積として増えますが、切り落とした部分の表面積は減りますね。

5－9　(1)　横から見た形がわからない問題です。想像力を働かせてみましょう！

(1)



(2)



5－10　(1)　①　立体 P は正四面体である。

$$6^3-\frac{1}{2}\times6\times6\times6\times\frac{1}{3}\times4=\underline{72(\mathrm{cm}^3)}$$

②　立体 Q は正八面体である。

$$\frac{1}{2}\times6\times6\times6\times\frac{1}{3}=\underline{36(\mathrm{cm}^3)}$$

(2)　①正四面体　②正六面体(立方体)　③正二十面体　④正十二面体
※この問題も p.30 の正多面体の図も併せて確認してみましょう。

§6　関数

6－1　(1)　①　$y=\dfrac{60}{x}$　…　y は x に反比例

②　$y=x^2$　…　y は「x の 2 乗」に比例（二次関数）
y は x が増加すると増加する。

③　1 分間の歯車の進む数を考えると
$60x=20y$ より $y=3x$　…　y は x に比例

④　$y=\dfrac{21}{5}x$　…　y は x に比例

⑤　$y=-2x+30$　…　y は x に関する一次関数（→§13）
y は x が増加すると減少する。

⑥　$y=-60x+1000$　…　y は x に関する一次関数（→§13）
y は x が増加すると減少する。

⑦　$y=\dfrac{300\times\dfrac{x}{100}}{300+60}\times100$ より $y=\dfrac{5}{6}x$　…　y は x に比例

⑧　$0.8x\times y=3200$ より $y=\dfrac{4000}{x}$　…　y は x に反比例

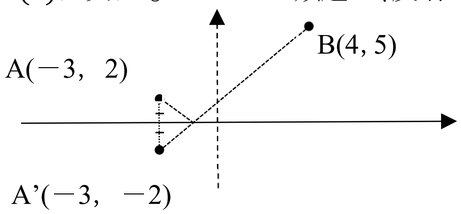
以上より、比例：③④⑦　反比例：①⑧　増加するもの：②③④⑦

6－2　(1) ① 3 ②　$y=-6$　(2) ①　－6　②　$x=-1$　(3) 比例時は 8、反比例時は $\dfrac{1}{2}$

(4) ①　$y=-\dfrac{3}{2}x$　②　$y=-\dfrac{4}{x}$

ヒント：例題 6.1 に対応しています。比例なら $y=ax$、反比例なら $y=\dfrac{a}{x}$ の式に引き付けられるかが問われています。

6－3　(1) ①　(－2，－3)　②　(2，3)　③　(2，－3)　④　(－2，－1)　⑤　(8，3)
(2) ①　(0，－3)　②　(－5，1)
(3) P(－1，0)
ヒント：(1)では① x 軸対称、② y 軸対称、③原点対称の場合はどの要素の符号が反転するか確認してください。④⑤では各々の直線の x 座標か y 座標のどちらかが「2 つの点の中点」となるはずです。
(2)では問題文の指示に忠実に動きましょう。
(3)は実は§3:3－6 の類題で､反射の場合を上手くあてはめましょう。



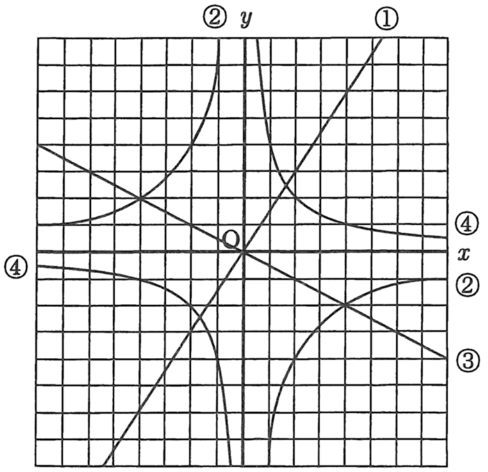
6－4　(1) 24　(2) D(－5，－7)　(3) 96
ヒント：(1)　P(－3，5)、Q(3，－4)、R(－3，－4)とするとき、△ABC の面積について、四角形 PBQR－(△PAB＋△QBC＋△RAC) と計算する方法が 1 つ考えられますね。他の方法はないでしょうか。
(2)　▱ABCD という名前である以上、点 D は線分 AC より左下にないといけないことに気づけたでしょうか。
A を基準に考えるなら､辺 BC について B から C を見るとすると、x 座標：－2 の移動、y 座標：－9 の移動であるので、A からも同様に x 座標：－2 の移動、y 座標：－9 の移動を考えれば D の座標が計算できますね。
(3)　本問の 3 つの平行四辺形は全て△ABC の面積の 2 倍です。ならば△DEF は△ABC のちょうど 4 倍でないとダメですね。

6－5　(1)①　$m=-1, n=-3$　②　$m=0, n=-\dfrac{4}{3}$　(2)　$a=-1, b=0$

ヒント：(1)　y 軸に対称　＝　x 座標は符号反転で y 座標はそのままです。
点 A が対称の中心である　＝　B と(4，－1)の中点が A ですね。
すなわち $\left(\dfrac{3m+4}{2}, \dfrac{(n-3)+(-1)}{2}\right)=(-m+2, 2n)$ ということです。
(2)　結局、BD の中点が C であれば良いということになります。
すなわち、B(1，－2)なので、
$\left(\dfrac{1+(-3)}{2}, \dfrac{(-2)+b}{2}\right)=(a, -1)$ となるはずです。

6－6　(1)①　$y=\frac{3}{2}x$　②　$y=-\frac{8}{x}$

(2)



(ヒント)　比例のグラフも反比例のグラフも格子点を上手く使ってグラフを描きましょう(格子点＝x座標も y 座標も整数値をとなる点)。

特に反比例のグラフは、$y=\frac{a}{x}$ と考えるより、式を変形させて、

$xy=a$ (…積が一定となるような x 座標・ y 座標)と考える方が、

格子点を発見しやすいかもしれません。

6－7　(1)　$a=\frac{4}{3}$　(2) B(－3、－4) (3)①　9　②　$y=\frac{2}{3}x$

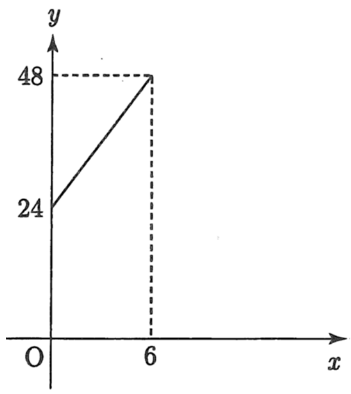
(ヒント)　まずは反比例の式を使って A の座標を計算しましょう。
さらに、B は A と原点対称な点です。C についても反比例の式から座標を計算することができますね。最後の△OAC の二等分ですが、どれかの辺の中点を通ると題意を満たしますね…どの辺でしょうか。

6－8　(1)①　$y=-37$　②　$x=-\frac{11}{5}$　(2)　比例：1.25 倍($\frac{5}{4}$倍) / 反比例：0.8 倍($\frac{4}{5}$倍)

(ヒント)　比例・反比例の「定義」に忠実に式を作るとすぐわかります。
Y が X に比例する場合、Y＝AX と表現できるわけですから、例えば $y+2$ が $x+1$ に比例するならば、比例定数 a を用いて、文言通りに、$(y+2)=a(x+1)$ と立式すれば良いわけです。
ここでさらにこの関係が「$(x,y)=(13,4)$ を満たす」ということが追加で判ったとすると、この値をそれぞれ代入し、$13+2=a(4+1)$ より、比例定数 $a=3$ が判明します。よって、元の式は最終的には
$(y+2)=3(x+1)\Leftrightarrow y=3x+1$ という式になりますね。
このように、本問では(1)(2)共に、「定義」を再確認してください。

6－9　(1) $24 \leqq y \leqq 48$ (2)　$y=4x+24$

(3)



(4)　$x=3$

ヒント：台形 OAPQ につき、AP＝$6-x(cm)$、OQ＝$2x(cm)$、AO＝$8cm$ なので、

台形 OAPQ＝(AP＋OQ)×AO×$\frac{1}{2}=\{(6-x)+2x\}\times 8\times\frac{1}{2}=4x+24$ となります。この関数は単調増加(＝グラフが常に右上がり)の一次関数なので、この式に従い面積の最大・最小の値などを計算してみましょう。

6－10　(1)　A(4，－2)，B(10，－5)より直線 OA と OB は一致して、$y=-\frac{1}{2}x$

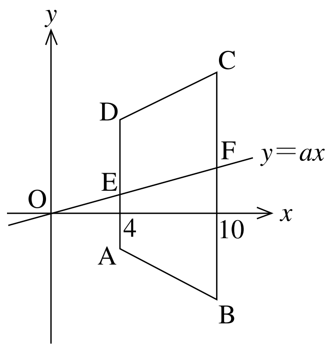
(2)　P が C(10，9)上のとき $a=\frac{9}{10}$、D(4，6)上のとき $a=\frac{3}{2}$ となっている。

P が C から D に移動するに従って a の値は大きくなり、$\frac{9}{10}\leqq a\leqq\frac{3}{2}$

(3)　$y=ax$ と AD，BC との交点をそれぞれ E、F とすると E(4，$4a$)，F(10，$10a$)
台形 ABFE の面積と台形 CDEF の面積が等しく(上底＋下底)が等しくなる。

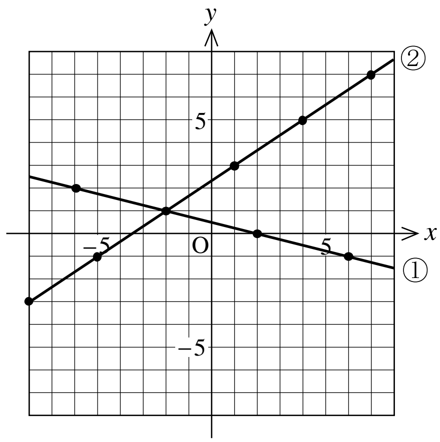
$(4a+2)+(10a+5)=(6-4a)+(9-10a)$

$a=\frac{2}{7}$



§7　連立方程式(1)

7－1　(1)



(2)　$x=-2$, $y=1$

ヒント：$\begin{cases} x+4y=2 \\ 2x-3y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2} \\ y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{7}{3} \end{cases}$ のように二元一次連立方程式は

一次関数に評価し直すことができ、ここに、方程式の解は 2 つの一次関数の交点座標と評価し直すことができます。

7－2　(1) $(x,y)=(1,3)$　(2) $(x,y)=(-3,5)$　(3) $(x,y)=(8,5)$　(4) $(x,y)=(3,-4)$

※例題 7.1 に対応しています。今回は代入法、加減法の指示がありますが、以降、問題によってどちらの方が楽か、も常に考えて欲しいと思います。

7－3　(1) $(x,y)=(-1,7)$　(2) $(x,y)=(2,1)$　(3) $(x,y)=\left(\dfrac{3}{2},-\dfrac{1}{2}\right)$　(4) $(x,y)=(8,3)$

※(1)は y の係数が 1 で揃っているので y についての加減法が良いでしょうか。

(2)は「$x=\ldots$」という条件式ですので x についての代入法が良いですね。

(3)は y についての係数が 1 なので、 y についての加減法・代入法、どちらも手間はそう変わらないかもしれません。

(4)は分数を払うために上部の式は 6 倍、下部の式は 4 倍することになります。これにより x についての係数が 1 なので、 x についての加減法・代入法、いずれかを好みで選択(これもそう手間は変わりません)になるでしょう。

7－4　(1) $(x, y)=\left(18, \frac{16}{3}\right)$ (2) $(x, y)=(1,1)$ (3) $(x, y)=\left(0, -\frac{7}{2}\right)$ (4) $(x, y)=(2,10)$

ヒント : (1)(3)(4)については、分数・小数がある場合は先に両辺にそれら分数・小数が消えるような数を先にかけておきましょう。(1)(3)は 10 倍、(4)は 12 倍をするのが良いでしょう。(2)についてはカッコを全て外してから各々の式を整理して計算を進めます。通分やカッコを外す際には符号の反転等に注意しましょう。

7－5　(1) $(x, y)=(2,-1)$ (2) $(x, y)=(-2,7)$ (3) $(x, y)=(5,3)$

ヒント : いわゆる「A＝B＝C型」と呼ばれるものです。

連立方程式は 2 つの式が必要なので、「A＝B」「B＝C」「A＝C」の 3 つの式のうち 2 つを使って解くことになります。この「A＝B」「B＝C」「A＝C」のうちの 2 つを選ぶ際には、計算が容易になりそうなものを優先して選びましょう…好みもあるかとは思います。

(1)なら「A＝C」「B＝C」、(2)も「A＝C」「B＝C」(3)は全ての式にて 6 倍をして分数をなくしてから(7－4 参照)やはり「A＝C」「B＝C」が「無難」かと思います。

7－6　(1) $(x, y, z)=(2,-1,3)$ (2) $(x, y, z)=\left(\frac{9}{4}, \frac{7}{4}, 2\right)$

ヒント : いわゆる 3 文字の変数がある「三元一次連立方程式」と呼ばれるものです。一般に、n 元連立方程式は n 個の条件式が必要で、本問であれば 3 つの条件式が必要となります。

主な解法は、「1 文字ずつ消去して二元連立方程式に持ち込む」ことになるかと思います。(1)では、例えば、第 1 式 $x+y=1$ から $y=-x+1$ として第 2 式の $y+z=2$ の x に代入、第 2 式と第 3 式により $\begin{cases}(-x+1)+z=2 \\ z+x=5\end{cases}$ のように (x, z) の連立方程式になりますね。

(2)では、第 1 式を用いて、代入した後の計算が楽になりそうな $x=6-y-z$ か、$z=6-x-y$ のどちらかを第 2 式・第 3 式に代入、やはり二元連立方程式にするのが無難かと思います。

7－7　(1) $(x,y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$ (2) $(x,y)=\left(-1,-\frac{5}{2}\right)$

ヒント：いわゆる「逆数方程式」と呼ばれるものです。

このような「分母に変数」がある場合は、そのまま計算することで式がぐちゃぐちゃになることを防止するために、分数ごと一つの別の文字に置き直して計算し、出た解につき最後に逆数を取って最終的な解を導くのがセオリーです。

(1)では $\frac{1}{x}=X,\frac{1}{y}=Y$ として、$\begin{cases}2X+5Y=9\\3X-2Y=4\end{cases}$ で (X,Y) を計算してみると $(X,Y)=(2,1)$ となります。ここで (x,y) に戻すために、$\frac{1}{x}=X,\frac{1}{y}=Y$ より $x=\frac{1}{X},y=\frac{1}{Y}$ とすれば良いので、$x=\frac{1}{2},y=\frac{1}{1}$ より $(x,y)=\left(\frac{1}{2},1\right)$ にもっていくことができます。

(2)では、分母の共通性に着目して、$\frac{1}{x+2y}=A,\frac{1}{x-2y}=B$ とすると与式は $\begin{cases}3A-2B=-1\\6A+8B=1\end{cases}$ との式に直せます。これを (A,B) について解くと、まず $(A,B)=\left(-\frac{1}{6},\frac{1}{4}\right)$ が判明します。

次に $\frac{1}{x+2y}=A,\frac{1}{x-2y}=B$ より、$x+2y=\frac{1}{A},x-2y=\frac{1}{B}$ なので、$\left(\frac{1}{A},\frac{1}{B}\right)=(-6,4)$ となることから、さらに $\begin{cases}x+2y=-6\\x-2y=4\end{cases}$ という連立方程式が誕生し、これを解いて $(x,y)=\left(-1,-\frac{5}{2}\right)$ が導けます。

7－8　(1)　$\begin{cases} 53x+41y=107 \cdots\cdots ① \\ 31x+43y=61 \ \cdots\cdots ② \end{cases}$

①＋②　$84x+84y=168$

$x+y=2$ ……③

①－②　$22x-2y=46$

$11x-y=23$ ……④

③，④より，$x=\dfrac{25}{12}$，$y=-\dfrac{1}{12}$

(2)　$\begin{cases} 2x-y=6z \quad \cdots\cdots(A) \\ -5x+4y=3z \cdots\cdots(B) \end{cases}$

①　(A)×4＋(B)　$3x=27z$

$x=9z$

(A)に代入して，$18z-y=6z$

$y=12z$

②　$z\times3\times3\times4\times1=504$

$z=14$

$x=9\times14=126$

$y=12\times14=168$

$$\begin{array}{r|ccc} z & 9z & 12z & z \\ \hline 3 & 9 & 12 & 1 \\ \hline & 3 & 4 & 1 \end{array}$$

§8　連立方程式(2)

8－1　(1)　$(a,b)=(6,2)$　(2)　$(m,n)=(2,-5)$

ヒント：(1)は$(x,y)=(1,-2)$を代入して(a,b)の連立方程式にすれば OK です。

(2)は問題文が少々判りにくいですが、実は$\begin{cases}2x+y=4\\ mx+ny=16\\ nx+my=-19\\ 3x+4y=1\end{cases}$の 4 つの式が全て同じ$(x,y)$を取ると考えれば突破口が見えます。

この 4 つの式が全て同じ(x,y)を取るなら、一つ目の連立方程式の第 1 式$2x+y=4$と二つ目の連立方程式の第 2 式$3x+4y=1$の、この 2 つの式が「m,nがない式」ですので、この 2 つにより、$\begin{cases}2x+y=4\\ 3x+4y=1\end{cases}$という連立方程式が作れ、これを解いて$(x,y)=(3,-2)$という解が得られます。

次にこれを残りの式に代入します。これにより一つ目の連立方程式の第 2 式$3m-2n=16$、二つ目の連立方程式第 1 式$3n-2m=-19$にて、(m,n)の連立方程式になる($\begin{cases}3m-2n=16\\ 3n-2m=19\end{cases}$ですね)ことから、

$(m,n)=(2,-5)$となります。

8－2　(1)　A 1 個 x 円，B 1 個 y 円

$\begin{cases}4x+3y=1340\\ 2x+5y=1300\end{cases}$ より，$x=200$，$y=180$

(2)　十の位 x，一の位 y

$\begin{cases}10x+y=6(x+y)\\ 10x+y-9=10y+x\end{cases}$ より，$x=5$，$y=4$

8－3　(1)　$\begin{cases}x+y=100-30\\ \dfrac{10}{100}x+\dfrac{20}{100}y=\dfrac{13}{100}\times100\end{cases}$ より，$x=10$，$y=60$

(2)　A の定価 x 円，B の定価 y 円

$$\begin{cases} x+y=2100 \\ \dfrac{8}{10}x+\dfrac{9}{10}y=1770 \end{cases}$$ より，x＝1200，y＝900

8－4　(1)　A から P までの距離を x m，P から B までの距離を y m

$$\begin{cases} x+y=3600 \\ \dfrac{x}{50}+\dfrac{y}{80}=60 \end{cases}$$ より，x＝2000，y＝1600

(2)　新幹線の長さを x m，速さを毎秒 y m

$$\begin{cases} 570+x=18y \\ 3500-x=56y \end{cases}$$ より，x＝420，y＝55

8－5　(1)　昨年の男子 x 人，女子 y 人

$$\begin{cases} x+y=150 \\ -\dfrac{10}{100}x+\dfrac{20}{100}y=6 \end{cases}$$ より，x＝80，y＝70

今年の男子　$80\times\dfrac{90}{100}$＝72(人)　　女子　$70\times\dfrac{120}{100}$＝84(人)

(2)　昨年度の男子 x 人，女子 y 人

$$\begin{cases} x+y=700 \\ \dfrac{2}{10}x-\dfrac{2}{10}y=-20 \end{cases}$$ より，x＝300，y＝400

本年度の男子　$300\times\dfrac{120}{100}$＝360(人)　　女子　$400\times\dfrac{80}{100}$＝320(人)

8－6　$(a,b)=(-7,11)$

※実は 8－1 の類題です。2 つの (x,y) につき、混乱のないように (m,n) で置き直すとします。一つ目の連立方程式 $\begin{cases} 5x_1+ay_1=2b \\ 2x_1+3y_1=3 \end{cases}$ の解を $(x_{1,}\,y_1)=(m,n)$、

二つ目の連立方程式 $\begin{cases} 2x_2-5y_2=-17 \\ bx_2+3y_2=a+5 \end{cases}$ の解を逆転させて $(x_2,y_2)=(n,m)$

として、(x_1,y_1) と (x_2,y_2) につき、全て (m,n) で表現してみましょう。

そうすると、$\begin{cases} 5m+an=2b \\ 2m+3n=3 \\ 2n-5m=-17 \\ bn+3m=a+5 \end{cases}$ の 4 つの式ができ、第 2 式と第 3 式だけで

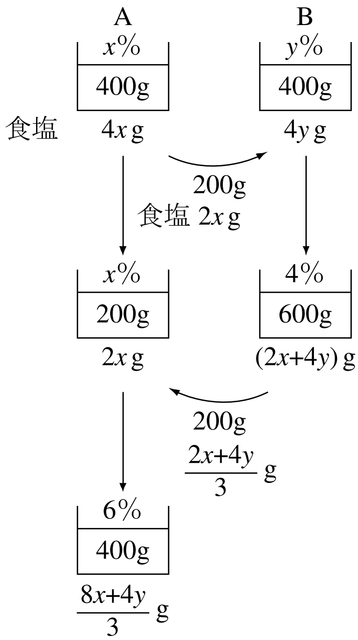
$\begin{cases} 2m+3n=3 \\ 2n-5m=-17 \end{cases}$ という (m,n) だけの連立方程式ができますね。

8－7　A の濃度 x%，B の濃度 y%とすると，はじめ A，B に溶けている食塩はそれぞれ $4x$ g，$4y$ g である。

右図より，

$$\begin{cases} 2x+4y=\dfrac{4}{100}\times 600 \\ \dfrac{8x+4y}{3}=\dfrac{6}{100}\times 400 \end{cases}$$

よって，$x=8$，$y=2$



8－8　1 つの窓口で 1 分間に x 人発券でき，1 分間に y 人列に加わる。

$\begin{cases} 30-3x\times 10+10y=40 \\ 40-4x\times 20+20y=0 \end{cases}$ より，$x=3$，$y=10$

§9　合同(1)

9－1　(1)　仮定：$a=0$，結論：$a^2=0$

逆：$a^2=0$ ならば $a=0$ である（真）

(2)　仮定：△ABC≡△DEF，結論：∠A＝∠D かつ∠B＝∠E かつ∠C＝∠F

逆：∠A＝∠D かつ∠B＝∠E かつ∠C＝∠F ならば△ABC≡△DEF である。(偽)

(3)　仮定：$x+3y=1$，結論：$x=-2$ かつ $y=1$

逆：$x=-2$ かつ $y=1$ ならば $x+3y=1$ である。(真)

(4)　仮定：三角形である，結論：内角の和は二直角(180°)である

逆：内角の和が二直角(180°)ならば三角形である。(真)

9－2　(1)　仮定 … AO＝CO、BO＝DO　/　結論　…　AB＝CD

(2)　△ABO と $\boxed{\text{△DCO}}$ において、BO＝$\boxed{\text{DO}}$ (仮定) … ①

$\boxed{\text{AO}}$＝$\boxed{\text{CO}}$ (仮定) … ②

∠$\boxed{\text{AOB}}$＝∠$\boxed{\text{COD}}$ (対頂角) … ③

①～③より、$\boxed{\text{二辺夾角相等}}$から、△ABO≡$\boxed{\text{△CDO}}$

合同な三角形の対応する辺の長さは等しいので、AB＝CD ■

※合同な三角形の対応関係を意識して記述するようにしてくださいね！

9－3　(1)　仮定 … AD＝AE、∠ACB＝∠AEC　/　結論　…　∠ABD＝∠ACE

(2)　△ABD と△$\boxed{\text{ACE}}$において、$\boxed{\text{AD}}$ ＝ $\boxed{\text{AE}}$ (仮定)

∠$\boxed{\text{ADB}}$ ＝ ∠$\boxed{\text{AEC}}$ (仮定)

∠$\boxed{\text{BAD}}$ ＝ ∠$\boxed{\text{CAE}}$ ($\boxed{\text{共通}}$)

①～③より、$\boxed{\text{一辺両端角相等}}$から、△ABD≡△$\boxed{\text{ACE}}$

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいので、∠ABD＝∠ACE ■

9－4　(1) △BDA と△BDC において、

AB＝CB (仮定)、AD＝CD(仮定)、BD＝BD(共通)

以上より、三辺相等から△BDA≡△BDC

合同な三角形の対応する角の大きさは等しいので、∠BAD＝∠BCD ■

(2) △ABE と△DCE において、

AB＝DC(仮定)、∠ABE＝∠DCE(AB//CD の錯角)、

同様に∠BAE＝∠CDE(AB//CD の錯角)

以上より、一辺両端角相等から△ABE≡△DCE

合同な三角形の対応する辺の長さは等しいので、AE＝DE かつ BE＝CE

よって、点 E は線分 AD、線分 BC の中点と言える。■

9－5　※等しい線分が保証されるような正多角形、二等辺三角形、平行四辺形が利用できなさそうであれば、基本は目的の線分を含む合同な図形の証明を行うのがセオリーです。

△ABE と△ADG において、

AB＝AD(正方形 ABCD の辺)…①、AE＝AG(正方形 AEFG の辺)…②

ここで、∠DAE＝x°であるとすると、

∠BAE＝∠BAD＋∠DAE＝90°＋x°(∠BAD は正方形 ABCD の角で 90°)

∠DAG＝∠EAG＋∠DAE＝90°＋x°(∠DAG は正方形 AEFG の角で 90°)

よって∠BAE＝∠DAG…③

①～③より二辺夾角相等から、△ABE≡△ADG

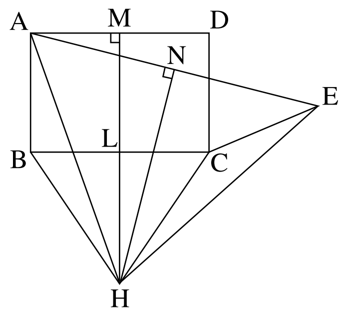
合同な三角形の対応する辺の長さは等しいので、BE＝DG　■

9－6　「∠ADB＝∠ADC…③」は条件にないので間違い。

ここでは「AB＝AC(仮定)」をいい、三辺相等から△ABD≡△ACD をいう。

9－7　図の書き方が間違っている。

EH は右の図のように外側にある。



§10　合同(2)

10－1　(1)　△ABC と△DEF において、

AB＝DE（仮定）…①　∠B＝∠E（仮定）…②　∠C＝∠F（仮定）…③

三角形の内角の和は 180°だから∠A＝180°－∠B－∠C

＝180°－∠E－∠F（②，③より）

＝∠D …④　①②④より一辺両端角相等から△ABC≡△DEF　■

(2)　△ABC と△DEF において、BC＝EF（仮定）…①

より，△ABC と△DEF で BC と EF を重ねる。

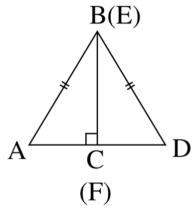
△BAD は、AB＝DB（仮定）…②

より二等辺三角形である。

二等辺三角形の底角は等しいから∠A＝∠D …③

また∠C＝∠F から、③より∠B＝∠E …④

①②④より二辺夾角相等から△ABC≡△DEF　■



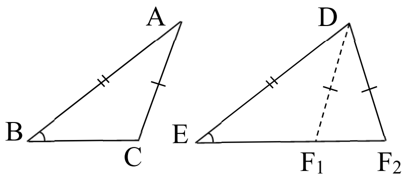
10－2　△ABC≡△RQP (二辺夾角相等)

△DEF≡△LJK (斜辺と他の一辺が各々等しい直角三角形)

△GHI≡△TSU (斜辺と一つの鋭角が各々等しい直角三角形)

△MNO≡△XWV (斜辺と一つの鋭角が各々等しい直角三角形)

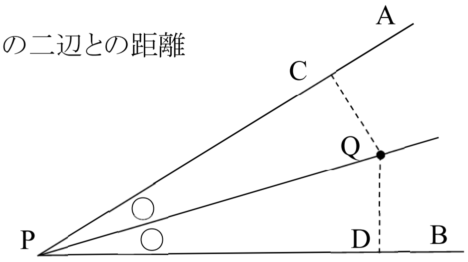
※「二辺」と「それらの夾角ではない角」が等しくても、合同にならない！



左図の通り AB＝DE　AC＝DF　∠B＝∠E が認められても、∠A＝∠D が認められない以上、AC と等しい DF につき、F_1 と F_2 の 2 点が存在することとなり、合同の保証が取れません！

合同条件「斜辺と他の一辺が各々等しい直角三角形」はこの「例外」です！

10－3　二等分させる角の頂点をP、角の辺をPA、PBとする。
二等分線の任意の点をQ、QからPA、PBへ下した
垂線の足をそれぞれC、Dとする。
本問の角の二等分線上の任意の点と角の二辺との距離
はCQ、DQの距離に相当する。
ここで、△PQCと△PQDにおいて、
PQは斜辺として共通。
∠PCQ＝∠PDQ＝90°。(仮定)
∠QPC＝∠QPD。(仮定)



以上より、斜辺と一つの鋭角が各々等しい直角三角形なので△PQC≡△PQD。
よって、対応する辺は等しいのでCQ＝DQ。これにより題意は示された。■

10－4　(1) △ABCと△DCBにおいて、
AB＝DC (仮定)、AC＝DB (仮定)、BC＝CB (共通)より、三辺相等なので
△ABC≡△DCB。　ここで対応する角が等しいので、∠ACB＝∠DBC。
さらに、△EBCに着目すると、∠ACB＝∠DBCより∠EBC＝∠ECB
と言えるので、△EBCは二つの角の大きさが等しく、よって、△EBCは
EB＝ECの二等辺三角形。　■

(2) △ABPと△ACQにおいて、
AB＝AC (二等辺三角形ABCの等辺)　BP＝CQ (仮定)
∠ABP＝∠ACQ (二等辺三角形ABCの底角)
二辺夾角相等なので△ABP≡△ACQ。対応する辺は等しく、AP＝AQ。
ここで、△APQに着目すると、このAP＝AQは二辺の長さが等しいこと
を意味するので、よって△APQはAP＝AQの二等辺三角形。■

10－5　(1) △ACDと△BCEにおいて、
AC＝BC (正三角形ABCの辺) … ①、CD＝CE(正三角形CDEの辺) … ②、
ここで、∠ACE＝x°とおくと、
∠DCE＝∠ACB＝60° (それぞれ正三角形ABC・正三角形CDEの角)
より、∠DCA＝∠DCE＋∠ACE＝60°＋x°
∠ECB＝∠ACB＋∠ACE＝60°＋x°
よって、∠DCA＝∠ECB … ③
以上、①②③より二辺夾角相等が言え、△ACD≡△BCE。■

(2) △ABD と△ACE において、

AB＝AC (正三角形 ABC の辺) … ①、AD＝AE(正三角形 ADE の辺) … ②、

ここで、∠CAD＝$x°$ とおくと、

∠BAC＝∠DAE＝60° (それぞれ正三角形 ABC・正三角形 ADE の角)

より、∠BAD＝∠BAC＋∠CAD＝60° ＋$x°$

∠CAE＝∠DAE＋∠CAD＝60° ＋$x°$

よって、∠BAD＝∠CAE … ③

以上、①②③より二辺夾角相等が言え、△ABD≡△ACE。

対応する角は等しいので、∠DBA＝∠ECA＝60°

(∠DBA は正三角形 ABC の角なので)

ここで、AB と EC に着目すると、∠BAC＝60° より

∠BAC＝∠ECA。(∠BAC も正三角形 ABC の角なので)

以上より、AB、EC の錯角が等しいので、AB//EC。■

10－6　△ABD と△CAE において、

AB＝AC (直角二等辺三角形 ABC の等辺) … ①

∠BDA＝∠AEC＝90° (仮定) … ②

また、∠DAB＝$x°$ とおくと、

∠DAE＝180° 、∠BAE＝90° (直角二等辺三角形 ABC の頂角)より、

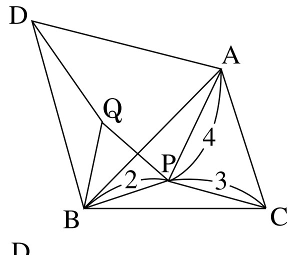
∠CAE＝$(180-90-x)°$ ＝$(90-x)°$

ここで△ACE に着目すると、∠CAE＝$(90-x)°$ 、∠AEC＝90° (仮定)より、

∠ACE＝$\{180-(90-x)-90\}=x°$ よって∠DAB＝∠ACE … ③

以上、①②③より斜辺と一つの鋭角が各々等しい直角三角形と言え、

△ABD と△CAE。■

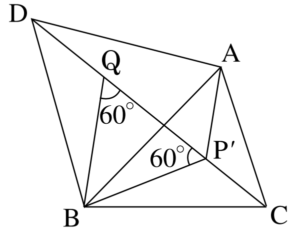


10－7 (1)　△DBQ≡△ABP（2 辺夾角相等）から,

CP＋PQ＋QD＝PC＋PB＋PA

＝3＋2＋4

＝<u>9 … (答)</u>



(2)　折れ線 CPQD が一直線になればよい。

∠BP′C＝120°

∠AP′B＝∠DQB＝<u>120° … (答)</u>

§11　合同(3)

11－1　①　△ABC と△CDA において

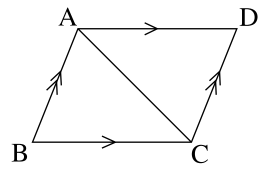
∠BAC＝∠DCA（AB // CD）…Ⓐ

∠ACB＝∠CAD（AD // BC）…Ⓑ

AC＝CA（共通）…Ⓒ

Ⓐ～Ⓒより，一辺両端角相等から△ABC≡△CDA

よって、AB＝CD，BC＝AD …Ⓓ　■



②　△ABC≡△CDA から、∠B＝∠D　∠A＝∠BAC＋∠CAD

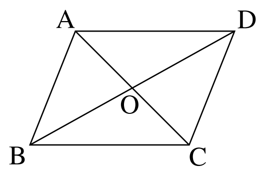
∠C＝∠DCA＋∠ACB よりⒶⒷから∠A＝∠C　■

③　△OAD と△OCB において

∠ADO＝∠CBO（AD // BC）…Ⓔ

ⒷⒹⒺより二角夾辺相等から△OAD≡△OCB

よって AO＝CO，BO＝DO　■



11－2　(1)　まず△ABC に着目して、題意より∠C＝56°なので∠B＝34°

さらに△DBE に着目すると、外角となる∠DEF＝76°

ここで▱DEFG に着目、対角は等しいので、

∠DGF＝∠DEF＝<u>76° …(答)</u>

(2) EH と BC の交点を I とする。

▱ABCD を折り曲げたことにより、∠ADC＝∠EHG＝70°

また、題意より HG//BC なので、同位角が等しく∠EIF＝∠EHG＝70°

さらに AD//BC なので、錯角が等しく∠AEI＝∠EIF＝70°

ここで、▱ABCD を折り曲げたことにより∠IEF＝∠DEF となるので、

∠IEF＝∠DEF＝(180° －∠AEI)÷2＝55°

また、∠EFB は AD//BC における∠DEF と錯角をなし、

∠EFB＝∠DEF＝55°

加えて、HG//BF(仮定)、IH//FG(▱ABCD を折り曲げた部分)なので、

2 組の対辺が平行で、四角形 IHGF は平行四辺形。

よって対角は等しいので∠IFG＝∠EHG＝70°

求める∠EGF＝∠EFB＋∠IFG＝70° ＋55° ＝<u>125° … (答)</u>

11－3　(1) △APB と△EPD において、
AB＝ED … ① (▱ABCD の対辺 AB＝CD と折り返し CD＝ED による)
∠BAP＝∠DEP … ② (▱ABCD の対角∠BAD＝∠BCD と折り返しによる)
∠APB＝∠EPB … ③ (対頂角)
②③より三角形の内角の和から、∠ABP＝∠EDP … ④
①②④より一辺両端角相等が言え、△APB≡△EPD
対応する辺は等しいので、PA＝PE。■
(2) △ABD≡△CDB≡△EDB より、∠ABD＝∠CDB＝∠EDC＝47°
これを△QBD に着目して考えると、∠ABD＝∠EDC＝47° を底角とし、
QB＝QD の二等辺三角形と評価できる。∠AQE はこの二等辺三角形の
頂角なので、180° −47° ×2＝86° … (答)

11－4　△APO と△CRO について、AO＝CO(仮定) …①
∠OAP＝∠OCR（AB//CD）…②　∠AOP＝∠COR（対頂角）…③
①～③より二角夾辺相等から△AOP≡△CRO
よって、PO＝RO …④　同様に△BQO≡△DSO だから QO＝SO …⑤
④⑤より、対角線がそれぞれの中点で交わるから、四角形 PQRS は平行四辺形
である。■

11－5　▱ABCD の性質より AD//BC、AD＝BC ▱BEFD の性質より、BC//EF、BC＝EF
よって、AD//EF、AD＝EF より、これにつき四角形 AEFD に着目すると、
一組の対辺が平行かつ長さが等しいので、四角形 AEFD は平行四辺形。■

11－6　四角形 DBPE において、BP//DE、BP＝DE (共に仮定)より、
一組の対辺が平行かつ長さが等しいので、四角形 DBPE は平行四辺形。
よって BD//PE より BA//EP。錯角は等しいので∠BAP＝∠EPA …①
さらに BD＝PE より BD＝AE(仮定)から AE＝PE
これを△EPA に着目して考えると、二辺が等しく二等辺三角形となる。
よって底角は等しいので∠EPA＝∠EAP より∠EPA＝∠CAP …②
①②より∠BAP＝∠CAP
以上より、AP は∠BAC の二等分線となる。■

11－7　AL＝LB，CL＝LD より対角線がそれぞれの中点で交わっているから，四角形
ADBC は平行四辺形である。よって、DA//BC …①
同様に、AM＝MC、BM＝ME より四角形 ABCE は平行四辺形であるから，
AE//BC …②
①②より，BC//DE となるので 3 点 D・A・E は一直線上にある。■

§12　合同(4)

12－1　AB // DC より底辺が CD で共通で高さも同じであるから、

△ADC＝△BDC、△DAB＝△CAB

△ADC＝△ADE＋△EDC、△BDC＝△BCE＋△EDC より

△ADE＝△BCE

12－2　(1)　△EAD において、∠AEB＝∠DEC (仮定)、

∠AEB＝∠EAD(AD//BC の錯角)、∠DEC＝∠EDA(AD//BC の錯角)

より、∠EAD＝∠EDA が言え、二つの角が等しいので、

△EAD は EA＝ED の二等辺三角形。

さらに△ABE と△DCE において、

この EA＝ED と BE＝CE、∠AEB＝∠DEC(共に仮定)より、

二辺夾角相等なので△ABE≡△DCE。

よって、対応する角が等しいので∠B＝∠C。

ここで、AB//DC より∠B と∠C は同側内角なので∠B＋∠C＝180°

よって∠B＝∠C＝90°

さらに、▱ABCD より対角が等しく∠B＝∠D、∠C＝∠A

以上より、∠A＝∠B＝∠C＝∠D＝90°

よって▱ABCD は 4 つの角が全て等しく、長方形と言える。■

(2)　△ADE と△CDF において、

∠A＝∠C (▱ABCD の対角) …①、∠AED＝∠CFD＝90°　(仮定) …②

ここで、三角形の内角の和が 180° で一定なので、

①②より∠ADE＝∠CDF …③　また、DE＝DF(仮定) …④ なので、

②③④から一辺両端角相等と言え、△ADE≡△CDF

これより、対応する辺は等しく AD＝CD

さらに、▱ABCD より対辺が等しく AD＝BC、AB＝CD

以上より、AB＝BC＝CD＝AD

よって▱ABCD は 4 つの辺が全て等しく、ひし形と言える。■

12－3　△ADM に着目し、∠DAM＝$x°$、∠DMA＝$y°$ とする。

∠ADM は 90°(正方形 ABCD の角)より、$x°+y°=90°$

ここで、△ADM と△BCM において、

AD＝BC(正方形 ABCD の辺)、DM＝CM(仮定)

∠D＝∠C＝90°(正方形 ABCD の角)より二辺夾角相等から△ADM≡△BCM

よって対応する角は等しく∠DAM＝∠CBM＝$x°$

さらに、△BEC と△DEC において、

EC＝EC(共通)、BC＝DC(正方形 ABCD の辺)、

∠ECB＝∠ECD＝45°(正方形 ABCD の角と対角線の関係)

より二辺夾角相等から△BEC≡△DEC

よって対応する角は等しく、∠CBE(∠CBM)＝∠CDE＝$x°$

ここで DE と AM の交点を F として、△DFM に着目すると、

∠MDF(＝∠CDE)＝$x°$、∠DMF(＝∠DMA)＝$y°$、$x°+y°=90°$

なので、∠DFM＝90° 以上より、AM⊥DE　■

12－4　平行四辺形のとなり合う 2 角の和は 180° だから、

$\angle QAB+\angle QBA=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle CBA)=\frac{1}{2}\times 180°=90°$

よって∠PQR＝∠AQB＝180°－(∠QAB＋∠QBA)＝90° …①

同様に、∠QRS＝∠RSP＝∠SPQ＝90° …②

①②より四角形 PQRS は 4 つの角が等しく、長方形である。■

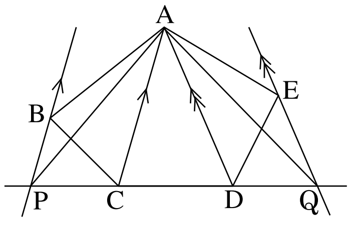
12－5　AD//BC より、底辺 BE が共通で高さも等しいから△ABE＝△DBE

EF//BD より、底辺 BD が共通で高さも等しいから△DBE＝△DBF

AB//CD より、底辺 DF が共通で高さも等しいから△DBF＝△DAF

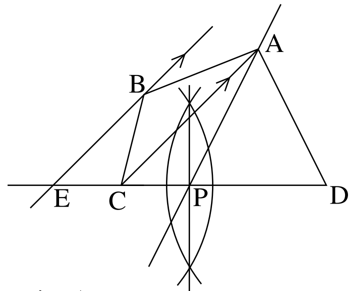
以上より△DBE、△DBF、△DAF

12－6　(1)



五角形 ABCDE＝△APQ

(2)



四角形 ABCD＝△AED

で ED の中点が P である。

12－7　(1)　AB // QP より，同位角は等しいから，

$\angle QPC = \angle ABC$

よって，△QPC は PQ＝CQ の二等辺三角形である。

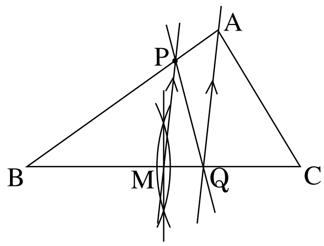
また，四角形 ARPQ は平行四辺形なので PR＝AQ より

$$\begin{aligned} PQ + PR &= CQ + QA \\ &= AC \\ &= 13 \end{aligned}$$

(2)

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle ACP + \triangle ABP \\ \frac{1}{2} \times 10 \times 12 &= \frac{1}{2} \times 13 \times PQ + \frac{1}{2} \times 13 \times PR \\ &= \frac{1}{2} \times 13 \times (PQ + PR) \\ PQ + PR &= \frac{120}{13} \end{aligned}$$

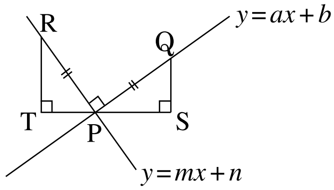
12－8　M は BC の中点，A を通り，PM に平行な直線と BC との交点を Q とすると，PQ が求める直線である。



$$\left(\begin{aligned} \triangle ABM &= \frac{1}{2} \triangle ABC \\ \triangle ABM &= \triangle PBM + \triangle PAM \\ &= \triangle PBM + \triangle PQM \quad (PM \,/\!/\, AQ) \\ &= \triangle PBQ \end{aligned} \right)$$

§13　1 次関数(1)

13ー1　2 直線の交点 P から等距離の点 Q, R を $y=ax+b$, $y=mx+n$ 上にそれぞれとる。点 P を通り、x 軸に平行な直線に点 Q, R からそれぞれ垂線 QS, RT をひく。△PQS と△RPT において,



PQ＝RP（仮定）…①

∠PSQ＝∠RTP＝90°（仮定）…②

∠TRP＋∠RPT＝90°, ∠RPT＋∠SPQ＝90°より,

∠SPQ＝∠TRP …③

①～③より, 斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから△PQS≡△RPT

よって, PS＝RT＝s, SQ＝TP＝t とすると,

$$a=\frac{t}{s},\ m=-\frac{s}{t}$$

$$a\times m=\frac{t}{s}\times\left(-\frac{s}{t}\right)=-1$$ よって題意は示された。■

13ー2 (1) それぞれの式を $y=ax+b$ 、または $y=k, x=k$ のかたちに変形すると、

① $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{5}{2}$　② $y=0$　③ $x=-\dfrac{5}{2}$

④ $y=\dfrac{2}{3}$　⑤ $y=-\dfrac{3}{2}x+\dfrac{1}{4}$　⑥ $y=-\dfrac{5}{2}$

ここで「平行」とは $y=ax+b$ にて a が等しいか、または $y=k, x=k$ の形で共通かどうかで決まるので、この a が等しい①と⑤のペア、および、$y=k$ で共通な②④⑤の 3 つが全て平行となる。

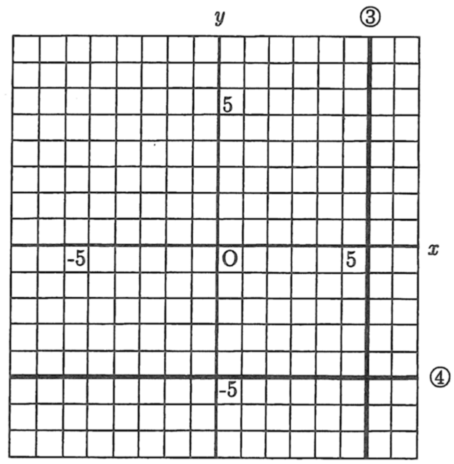
以上、①⑤ および ②④⑥ の組合せ …（答）

(2) ① $y=3$

② $x=-4$

③ $x=6$ → 右図参照

④ $y=-5$ → 右図参照



<覚えておこう！>
X 軸に平行な直線
→ Y 座標が一定なので $y=k$
Y 軸に平行な直線
→ X 座標が一定なので $x=k$

13ー3 (1) $y=\frac{5}{3}x-1$ (2) $y=x+4$ (3) $y=5$ (4) $x=3$

※ヒント (1) $y=ax+b$とおいてズバリ$a=\frac{5}{3}$、$y=\frac{5}{3}x+b$ に(0, ー1)が

そのまま切片になるので b=ー1 で確定。

(2) (ー1, 3)から(1, 5)へ移動するに際し、x の増加量が 2、y の

増加量が 2 なので傾きは $a=\frac{2}{2}=1$、$y=x+b$ に(ー1, 3)

か(1, 5)のいずれかを代入(どちらでも同じです)して b を確定。

(3) x 軸に平行な直線は y=k、(ー2, 5)のうち y=5 だけ取り出す。

(4) 共に x 座標が x=3 で同じなので、x 軸に平行な直線。

13ー4 ① $y=-\frac{4}{3}x+4$ ② $y=\frac{5}{7}x+\frac{30}{7}$

※ヒント (1) グラフより(0, 4) (3, 0)を通ることから、x の増加量が 3、y の

増加量がー4 なので、傾きは $a=-\frac{4}{3}$、切片はそのまま(0, 4)

より 4。

(2) グラフより(ー6, 0) (1, 5)を通ることから、x の増加量が 7、y の

増加量が 5 なので、傾きは$a=\frac{5}{7}$、切片は、この一次関数の

式を $y=\frac{5}{7}x+b$として(ー6, 0) か(1, 5)を代入。

13ー5 (1) $y=-3x+13$ (2) $y=\frac{3}{4}x-2$ (3) $y=-\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

※ヒント (1) 傾きが $a=-3$となる直線 $y=-3x+b$ が(4, 1)を通る。

(2) 傾きが $a=\frac{3}{4}$となる直線 $y=\frac{3}{4}x+b$が $2x-3y-6=0$

$\Leftrightarrow y=\frac{2}{3}x-2$ と同じ切片 b=ー2 を取る。

(3) 傾きが$\frac{2}{3}$の直線に垂直な直線の傾きは$a=-\frac{3}{2}$ なので、

$y=-\frac{3}{2}x+b$ として、この直線が(ー3, 5)を通る。

13－6 (1) ① (－7, －20) ② $\left(\dfrac{7}{3}, -\dfrac{1}{3}\right)$ (2) ① $a=-4$ ② $y=-3x+5$

※ヒント (1) 連立方程式として解きましょう。

(2) ① $y=3x-6$ の x 軸との交点が(2, 0)であるので、

$y=ax+6$ が(2, 0)を通ると考える。

② 連立方程式 $\begin{cases} x-y-3=0 \\ x+2y=0 \end{cases}$ を解いて(x, y)＝(2, －1)

傾きが $\dfrac{1}{3}$ の直線に垂直な直線の傾きは a＝－3 なので、

$y=-3x+b$ が(2, －1)を通ると考える。

13－7 $ax-2y-3=0 \rightarrow y=\dfrac{a}{2}x-\dfrac{3}{2}$ …①

$ax-by+c=0 \rightarrow y=\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b}$ …②

$bx-2y-3=0 \rightarrow y=\dfrac{b}{2}x-\dfrac{3}{2}$ …③

(1) ①, ③の切片が等しいので, これが A である。A $\left(0, -\dfrac{3}{2}\right)$

(2) ①, ③の傾きが正より, $\dfrac{a}{2}>0$, $\dfrac{b}{2}>0$ つまり, $a>0$, $b>0$

②の切片が正より, $\dfrac{c}{b}>0$ だから, $c>0$ (正であれば良い)

13－8 $l: ax+by+c=0 \rightarrow y=-\dfrac{a}{b}x-\dfrac{c}{b}$

$m: 3x+2y+1=0 \rightarrow y=-\dfrac{3}{2}x-\dfrac{1}{2}$

(1) $-\dfrac{a}{b}\times\left(-\dfrac{3}{2}\right)=-1$ より, $3a+2b=0$

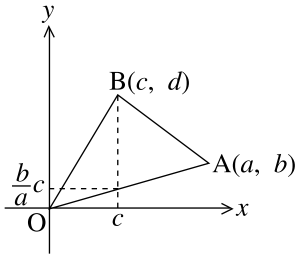
(2) l と m が一致するのは, $a:b:c=3:2:1$

(3) (2)の条件から切片が一致するものを除けばよいので,

$a:b=3:2$（ただし, $a:b:c=3:2:1$ の場合は除く）

§14　1次関数(2)

14ー1　直線OAの式は $y=\dfrac{b}{a}x$



$\triangle\mathrm{OAB}=\dfrac{1}{2}\times(a-0)\times\left(d-\dfrac{bc}{a}\right)$

$=\dfrac{1}{2}(ad-bc)$ ■

14ー2　(1) $-7\leqq y\leqq 17$　(2) $(a,b)=\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{3}{2}\right)$　(3)　$y=2x$, $y=-2x+6$

※ヒント (1) 傾きが正で右上がりのグラフなので定義域の下端 $x=-2$ が y の最小値となり、上端 $x=6$ が y の最大値となる。

(2) 傾きが負で右下がりのグラフなので定義域の上端 $x=2$ が y の最小値となり、上端 $x=-1$ が y の最大値となる。

(3) 傾きが正か負かが不明なので場合分けを行う。
傾きが正(右上がりのグラフ)のとき、$(-2,\ -4)$、$(5,\ 10)$が対応する点となる。このとき、$y=2x$
傾きが負(右下がりのグラフ)のとき、$(-2,\ 10)$、$(5,\ -4)$が対応する点となる。このとき、$y=-2x+6$

14ー3　(1) ①　$y=\dfrac{1}{2}x+3$　② 9　(2)　$\dfrac{65}{2}$

※ヒント (1)② ①のグラフの原点と切片の間の線分を「底辺」として、△ABCを2つの三角形に分けると、Aの x 座標、Bの x 座標がそれぞれ「高さ」と評価できるので、「底辺」＝3、A$(-2,\ 2)$とB$(4,\ 5)$より「高さ」＝2＋4＝6となる。以上より $3\times6\div2=9$

(2) 線分ABは $y=\dfrac{1}{2}x+4$ となり、この線分上でのCと x 座標が同じ点($x=3$)を求めると、$\left(3,\dfrac{11}{2}\right)$となる。この点をC′とするとCC′$=\dfrac{13}{2}$が「底辺」、ABのx座標の差10が「高さ」と評価できる。

よって $\dfrac{13}{2}\times10\div2=\dfrac{65}{2}$

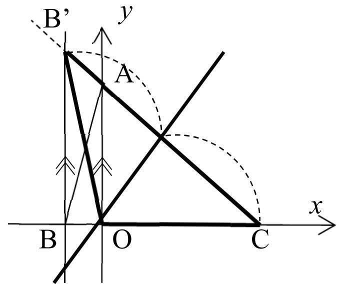
14ー4 (1) ① $y=-6x+14$ ② y＝6 (2) $y=\dfrac{3}{2}x$

※ヒント (1) ① A(2, 2)と BC の中点(1, 8)を通れば良い。

② C(ー4, 6)と AB の中点(4, 6)を通れば良い。

(2) △ABC について原点 O を通る三角形に変形したい。

頂点 B を削って新しい三角形を作ると考えて、B を通り、y 軸に平行な直線を引き、AC の延長線との交点を B’(ー1, 6)とすると、AO//BB’から△ABO＝△AB’O となるので、△ABC＝△OB’C となる。よって、△OB’C を二等分するために、B’(ー1, 6)と C(5, 0)の中点(2, 3)と、原点 O を通る直線であれば良いので、$y=\dfrac{3}{2}x$



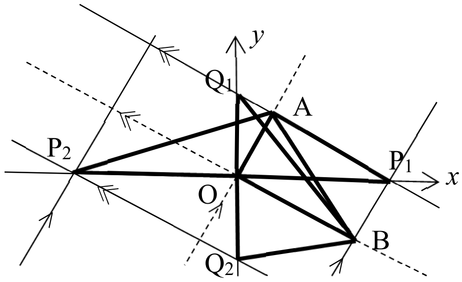
14ー5 (1) P$_1$(8, 0), P$_2$(ー8, 0)

(2) Q$_1$(0, 4), Q$_2$(0, ー4)

※ヒント

直線 OA: $y=\dfrac{3}{2}x$ / 直線 OB: $y=-\dfrac{1}{2}x$

となるので、



(1) P$_1$ について、問題文から OA を固定し B を移動させることになる。

B を通り傾き$\dfrac{3}{2}$の直線を引いて、B を x 軸まで移動させると△OAB＝△OAP$_1$ になる。、また、P1 の原点対称な点P$_2$も△OAP＝△OAP$_2$を満たす点なので、P$_1$(8, 0)、P$_2$(ー8, 0)の 2 点が題意を満たす点となる。

(2) Q$_1$ について、問題文から OB を固定し A を移動させることになる。

A を通り傾き$-\dfrac{1}{2}$の直線を引いて、A を y 軸まで移動させると△OAB＝△OBQ$_1$ になる。、また、Q$_1$ の原点対称な点Q$_2$も△OAB＝△OBQ$_2$を満たす点なので、Q$_1$(0, 4)、Q$_2$(0, ー4)の 2 点が題意を満たす点となる。

14ー6 四角形 OABC について C を通る三角形に変形したい。

頂点 B を削って新しい三角形を作ると考えて、B を通り AC に平行な直線を引いて、

AC と x 軸との交点を B'とすると、B' $\left(\frac{32}{5},0\right)$ となる。

△ABC＝△AB'C なので四角形 OABC＝△OB'C となる。

ここで OB'の中点 $\left(\frac{16}{5},0\right)$ となるので、C(1, 5)とこの $\left(\frac{16}{5},0\right)$ を通る直線は

$y=-\frac{25}{11}x+\frac{80}{11}$ となる。

14ー7 (1) 平行四辺形の対角線の交点を通る直線が $a=\frac{6}{7}$

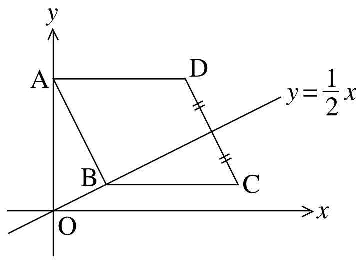
(2) $y=-2x+15$

(3) y＝ax が B(2, 1)を通るから, $y=\frac{1}{2}x$

これと直線 CD:y＝－$2x$＋15 の交点座標は

(6, 3) この点は線分 CD の中点である。

よって, 2 つの面積の比は, 3 : 1



14ー8 三角形ができない ⇒ 2 直線が平行

3 直線が 1 点で交わる

$$\left.\begin{array}{l} 2x+y=3 \ \rightarrow \ y=-2x+3 \\ x-2y=9 \ \rightarrow \ y=\frac{1}{2}x-\frac{9}{2} \end{array}\right\}$$ この 2 直線の交点の座標は(3, －3)

$kx-y=1 \ \rightarrow \ y=kx-1$

よって, $k=-2,\frac{1}{2}$ のとき 2 直線は平行になる。

$3k+3=1$ より, $k=-\frac{2}{3}$ のとき 1 点で交わる。

§15　1次関数(3)

15−1　$b<0$ より，OB＝$-b$

よって，AB＝$a-b$ （A が負の位置にあっても関係はありません）

15−2　$y=mx+b$ に(p, q)を代入して，　$q=mp+b$ より，$b=-mp+q$

よって，　$y=mx-mp+q=m(x-p)+q$

15−3　(1)　$y=-2x+2$　(2)　$y=2x-5$　(3)　$y=-\frac{1}{2}x-1$

15−4　(1)　$0<b<4$　(2)①　(2，1)　②　$-\frac{1}{4}\leqq a\leqq 4$

※ヒント　(1)　$y=x+b$ と変形できるので傾きは 1 で一定。切片を考えると、A を通る場合 $b=0$、B を通る場合 $b=4$ である。切片 b はこの間であれば良い。

(2)　①　与式を a のあるなしで等式変形を行うと、

$ax-2a=y-1$　⇔　$a(x-2)=y-1$

この等式が不確定な a に関わらず必ず成立すると考えるならば、

$x-2=y-1=0$ として、与式を $0=0$ とするしかない。

よって$(x, y)=(2, 1)$

②　①より(2，1)と A(3，5)、さらに(2，1)と B(6，0)を通る直線が線分 AB を通る場合の「限界」なので、

(2，1)と A(3，5)を通るとき　…　$y=4x-7$

(2，1)と B(6，0)を通るとき　…　$y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$

ここで与式を $y=ax+b$ と等式変形すると、

$y=ax-2a+1$ となるので、傾きに着目して$-\frac{1}{4}\leqq a\leqq 4$

15−5　(1)　$y=-2x+10$　(2)　Q$(a, -2a+10)$、P$(-2a, -2a+10)$　(3)　6

※ヒント　直線 AB は $y=x+10$、直線 AC は $y=-2x+10$、PとRは x 座標が等しく、QとSも x 座標が等しい。さらにPとQは y 座標が等しいので、Q$(a, -2a+10)$、P$(-2a, -2a+10)$、R$(-2a, 0)$、S$(a, 0)$となる。ここで(3)を満たすには、PQ＝PR、すなわち $a-(-2a)=-2a+10$ であれば良い。このとき $a=2$ よりPQ＝PR＝6

15－6 (1) ① $y=x\times 6\times \frac{1}{2}$

$y=3x$ $(0\leqq x\leqq 7,\ 0\leqq y\leqq 21)$

② $y=(3+7)\times 6\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times 7\times(x-7)-\frac{1}{2}\times 3\times(13-x)$

$y=-2x+35$ $(7\leqq x\leqq 13,\ 9\leqq y\leqq 21)$

③ $y=\frac{1}{2}\times(16-x)\times 6$

$y=-3x+48$ $(13\leqq x\leqq 16,\ 0\leqq y\leqq 9)$

(2) $y=18$ より，(1)①，②から，

$18=3x$ より，$x=6$

$18=-2x+35$ より，$x=\frac{17}{2}$